

Les marches de l'aléa

Michel Armatte*

Prisme N° 21

Février 2012

* Michel Armatte est chercheur associé au Centre Alexandre Koyré (EHESS-CNRSMNHN) et travaille sur l'histoire de la modélisation économique et statistique.

Résumé

La trajectoire historique de l'aléa dans les pratiques scientifiques n'a pas été continue : quelles ont été les différentes étapes de son ascension et quelles sont les significations qui lui ont été attribuées ? La vision classique de la probabilité au XVIII^e siècle, puis l'émergence et les multiples enrôlements d'un hasard objectif à partir du deuxième tiers du XIX^e siècle, ont conduit à la théorie des processus au XX^e siècle. Les marches de l'aléa jalonnent la visite du champ des mathématiques du hasard au fur et à mesure de son entrée dans les disciplines qui lui doivent beaucoup : physique, biologie, économie et finance.

Sommaire

Résumé.....	2
Introduction.....	7
1. La conception classique de l'aléa.....	10
a) La certitude de Bernoulli.....	10
b) La fécondité du déterminisme laplacien.....	12
2. L'émergence de la probabilité ontique.....	19
a) L'exposition de la théorie des chances de Cournot.....	19
b) La mécanique statistique : de Maxwell à Gibbs.....	21
c) L'incertitude fondamentale de la physique quantique.....	26
d) L'évolution et la génétique de Darwin à Fisher.....	30
e) Le hasard au cœur du mécanisme de la reproduction.....	33
3. Les processus : marche aléatoire et mouvement brownien.....	35
a) Les premiers pas de Brown.....	35
b) Les pistes de Regnault et de Bachelier.....	37
4. L'aléa au centre des sciences du second XX ^e siècle.....	40
a) L'économétrie structurelle et les processus.....	40
b) La thermodynamique, l'entropie et l'information.....	46
c) La biologie moléculaire et la génétique aléatoire.....	49
d) Les perspectives aléatoires de la biologie.....	55
Conclusion.....	61
Références.....	64

Mon but est de mettre en évidence d'une manière accessible à tous le rôle du hasard dans les diverses branches de la connaissance scientifique ; ce rôle a beaucoup grandi depuis un demi-siècle ; le moment est venu de nous demander si nous n'avons pas assisté à une véritable révolution scientifique¹.

Émile Borel (1914)

Introduction

La citation d'Émile Borel en exergue du *Hasard* constitue un moment dans la réflexion sur l'aléatoire et sur sa quantification dans le développement des sciences. La « valeur pratique des lois du hasard » justifie que l'on se soucie de la signification et de l'usage dans les différents compartiments de la connaissance savante au-delà du fondement mathématique. Les intuitions de Borel s'expriment dans les débats philosophiques qu'il a ouverts dans ses propres travaux sur la loi unique du hasard et les probabilités géométriques, comme dans la *Revue du mois*, qu'il fonde en 1906. Les intuitions se referment avec l'axiomatisation du calcul des probabilités. Ce calcul trouve alors des bases plus solides que les fondements circulaires de la probabilité sur un rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles, lequel suppose ces cas dénombrables et équiprobables. L'axiomatisation achève dans le même temps d'exclure pour longtemps toute discussion sur les significations et les usages des aléas mobilisés dans des contextes scientifiques précis. Ce qui était ainsi exclu de la géométrie du hasard par la porte de l'axiomatisation revient par la fenêtre des applications. Une autre histoire du probable se construit, de l'intérieur même des sciences.

C'est le questionnement lancé par Borel que nous poursuivons dans ce texte : quels sont les statuts de l'aléa dans les sciences, du point de vue de l'histoire des probabilités et des statistiques ? Il porte avant tout sur l'interprétation qu'il faut donner du hasard qui préside au caractère aléatoire des événements, et dont la probabilité n'est qu'une mesure. La mise en œuvre de raisonnements et de calculs faisant intervenir de façon principale la notion d'aléa dans les sciences physiques, biologiques ou économiques, suppose qu'un point de vue soit défendu sur l'aléa dans un calcul ou un raisonnement.

Nous proposons ainsi de distinguer quatre niveaux d'analyse de l'aléatoire : sa nature, sa mesure, ses calculs, ses interprétations et ses usages. Le premier niveau relève de l'épistémologie et de la philosophie, plus précisément de la métaphysique, au sens ancien de ce qui est en amont de la physique et qui échappe à la connaissance sensible. La philosophie a toujours accompagné les sciences du hasard. Selon les époques, les lieux et les domaines, la nature du hasard apparaît comme épistémique, c'est-à-dire justifiée par notre connaissance partielle des causes des phénomènes étudiés, ou plutôt ontique, c'est-à-dire attribuée à la nature même de ces phénomènes, à leur essence ou à leur mécanisme fondamental. Ce choix s'articule à l'opposition du déterminisme (vs contingence) et du réalisme (vs. nominalisme) qui traverse de façon récurrente la philosophie du hasard.

Le deuxième niveau concerne la modélisation mathématique, qui ne se limite pas toujours à sa mesure par un jeu de probabilités. Dans bien des cas, établir une mesure est jugé impossible : l'incertitude fondamentale prévaut. Elle est irréductible à celle d'un risque mesurable par combinaison de valeurs et de probabilités assignées aux issues possibles d'une situation aléatoireⁱⁱ. Dans les autres cas, ce niveau est le domaine des mathématiciens qui construisent le fondement de cette mesure de probabilité. Le choix de la mesure est celui d'une armature mathématique de la probabilité. L'histoire en a retenu plusieurs formes. La première est le fondement casuistique, par la règle des cas favorables rapportés aux cas possibles équiprobables (dans le cas fini discret). Cette règle est associée aux calculs des probabilités totales et composées, et à la notion de probabilité conditionnelle, chez C. Huygens, J. Bernoulli et P.-S. Laplace, fondée sur le dénombrement et la combinatoire, qui reste insatisfaisante dans sa circularité et dans ses apories. Une seconde forme est associée aux travaux de Borel et de Lebesgue dans la première décennie du XX^e sur la probabilité « géométrique » et « continue », et aux axiomatiques de von Mises puis de Kolmogorov dans les années 1920-1930, assises respectivement sur la notion de collectifs ou de mesure intégrale. Cette approche axiomatique éloigne les critiques qui font du calcul des probabilités le scandale des mathématiquesⁱⁱⁱ. Elle se fonde sur les propriétés formelles et syntaxiques de la mesure de probabilité. Cette disjonction entre propriétés formelles et propriétés sémantiques et pragmatiques est observable dans le *corpus* des traités de probabilité : les premières considérations l'emportent petit à petit sur les deux autres après 1940^{iv}, comme en témoignent les encyclopédies^v.

Le troisième niveau met en jeu plusieurs façons d'estimer numériquement les probabilités des événements élémentaires. Il concerne les praticiens, chercheurs ou experts, qui adoptent des approches aléatoires. Comment estimer les probabilités d'événements caractérisés comme aléatoires, quels qu'en soient les fondements mathématiques ? Comment par exemple fixer les valeurs des probabilités des six faces d'un dé : faut-il privilégier une évaluation subjective ? Une hypothèse de symétrie du dé ? L'équiprobabilité fondée sur le principe de raison insuffisante ? Les fréquences observées lors d'expériences répétées dans des conditions macroscopiquement identiques et indépendantes ? Le processus de valorisation des probabilités choisi caractérise l'épreuve aléatoire et détermine les conditions de simulation. Les solutions relèvent alors d'approches subjectives si elles sont de l'ordre du jugement personnel ou du jugement d'experts, de logique, si les probabilités s'appliquent à des énoncés et sont rapportées à un état de l'information, ou d'objectives, dans les cas où elles s'appuient sur des propriétés structurelles de l'épreuve (dé, urne, loterie...) ou sur des limites des fréquences observées^{vi}.

Le quatrième niveau d'analyse de l'aléa est celui de ses usages et de ses interprétations. L'exemple du dé a peu d'intérêt ici, mais la question de l'interprétation du jet d'un dé est déjà posée dans l'ouvrage fondateur de Jacques Bernoulli sur *l'art de la conjecture* (ou *stochastique*). Les discours sur l'aléa ont des effets importants, et entraînent des crises et des modifications de comportements individuels et collectifs. Ils influencent les politiques de gestion, de réduction des risques ou d'adaptation aux risques. Il convient donc de se pencher sur ces effets à la fois cognitifs (la connaissance savante non pas produite mais consommée) et sociopolitiques (choix de société, principe de précaution, catastrophisme « éclairé »).

Ces niveaux doivent rester cohérents, mais ne peuvent être confondus. Rabattre le niveau de la nature sur le niveau des calculs, comme on le fait couramment en assimilant probabilité ontique et probabilité objective (et symétriquement probabilité épistémique et probabilité subjective) ne permet pas de rendre compte d'autres combinaisons. Pourtant, l'âge classique a été dominé par l'association du hasard épistémique et du fréquentisme. Il n'y a pas aujourd'hui, et il n'y a jamais eu, une seule façon d'articuler les quatre niveaux de la mesure de probabilité. Ce texte présente une histoire de l'aléa qui prend pour toile de fond ces quatre niveaux, et caractérise les variations ou les ruptures dans l'interprétation philosophique, mathématique, statistique, sociale du probable, dès lors que l'on se place du point de vue de sciences de la matière, ou du vivant, ou des sociétés, qui

mobilisent des concepts et raisonnements aléatoires pour rendre compte de leurs propres objets.

L'idée n'est pas de retracer l'histoire du calcul des probabilités dans toutes ses étapes et dans toutes ses facettes ou dans toutes les disciplines scientifiques, mais d'en souligner les régimes et les ruptures pendant deux siècles. Le tableau de la vision classique de l'aléa, contemporaine de la naissance des sciences modernes, précède la description de la rupture dans ce paradigme classique, autour de l'année 1859, qui s'observe dans les philosophies du hasard comme dans la physique statistique et les sciences du vivant. Un second moment de discontinuité se situe vers 1930-1940. Il est associé à deux révolutions : celle des fondements axiomatiques et celle des processus qui combinent variabilité aléatoire et variabilité temporelle. Une troisième coupure apparaît dans les années 1980-1990, à un moment de vive controverse entre le déterminisme et l'aléatoire, alors qu'apparaît une série d'innovations majeures dans l'instrumentation scientifique, qui permet le renouveau des modèles aléatoires.

1. La conception classique de l'aléa

a) La certitude de Bernoulli

Avant le XVIII^e siècle, la notion de connaissance probable s'oppose à la notion de connaissance certaine, laquelle caractérise selon les philosophes grecs et modernes les savoirs des mathématiciens et des philosophes. Une connaissance probable naît de l'opinion d'une personne faisant autorité par son statut. Débattue dans un contexte théologique, la notion de connaissance probable s'oppose à la certitude dans les sciences d'observation^{vii}. Elle trouve son bréviaire dans la *Logique de Port-Royal* (1662). Elle est renforcée par la naissance d'un calcul des probabilités, issu des échanges épistolaires de Pascal et Fermat à l'été 1654. La question du juste parti^{viii}, c'est-à-dire du partage de la mise dans un jeu interrompu, met en avant la solution de l'espérance mathématique comme équivalent certain de toute loterie. Ce raisonnement propose une solution à tous les problèmes de contrats aléatoires rencontrés dans les activités humaines risquées (commerce, santé, droit, témoignages, mesures...). La géométrie du hasard de Pascal ouvre l'espace d'un nouveau calcul, qui désormais conditionne le progrès de la connaissance savante et de ses usages communs.

L'*Ars conjectandi* de Jacques Bernoulli, publié de façon posthume par son neveu en 1713, est rédigé dans la décennie 1680. Il compte quatre parties : la première est une reprise du traité de Huygens donnant les moyens d'une estimation *a priori* des probabilités et les règles du calcul des probabilités totales et composées; la deuxième est un traité des combinaisons soutenant ce calcul; la troisième traite des jeux de hasard dans lesquels ce calcul s'applique ; la quatrième traite de la métaphysique du hasard, puis d'un calcul de probation et de la force des arguments utiles à la conjecture, et enfin du théorème de convergence des fréquences vers la probabilité permettant d'estimer *a posteriori* les probabilités d'événements répétables. Au début de cette quatrième partie, Bernoulli traite de la certitude et de la probabilité, de la nécessité et de la contingence^{ix} :

On considère la certitude d'une chose quelconque ou bien objectivement en elle-même. Le mot ne signifie alors rien d'autre que la vérité de l'existence présente ou future de cette chose ; ou bien on la considère subjectivement, dans son rapport à nous, et elle est la mesure de notre connaissance touchant cette vérité.

La première phrase marque la différence que nous appelons ontique/épistémique, et qu'il nomme objective/subjective, et que la tradition scolastique énonce déjà sous la terminologie de vérités essentielles ou existentielles :

Tout ce qui bénéficie sous le soleil de l'être ou du devenir, passé, présent ou futur, possède toujours en soi et objectivement une certitude totale. C'est évident du présent et du passé : tout ce qui est ou a été ne peut pas ne pas être ou avoir été. Sur le futur, ce n'est pas par la nécessité de quelques destins qu'il ne peut pas ne pas advenir, mais en raison soit de la préscience soit de la prédétermination divine : car si n'arrivait pas avec certitude tout ce qui est futur, on ne voit pas comment le créateur suprême pourrait conserver entière la gloire de son omniscience et de son omnipotence.

Au « nécessaire » qui est la règle générale de ce monde, même si Bernoulli le décompose en nécessité physique, hypothétique ou de convention, s'oppose le

contingent, tant ce qui est libre (soumis à l'arbitre d'une créature raisonnable) que le fortuit ou l'accidentel (qui dépend du hasard ou de la chance) [qui] est-ce qui pourrait ne pas être, ne pas advenir ou ne pas avoir été. Bernoulli se hâte de brouiller cette distinction:

Étant donné la position du dé, sa vitesse et la distance de la table, au moment où il quitte la main du joueur, le dé ne peut tomber autrement qu'il ne tombe en réalité. Cela est tout à fait certain. Tout comme l'éclipse ou le temps qu'il fait demain. Pourtant, l'usage veut que l'on compte l'éclipse au nombre des faits nécessaires et que le hasard des dés et le futur du temps soient considérés comme contingents.

La différence est ainsi conventionnelle, relative à l'état de nos connaissances. L'astronomie affrontait à l'époque, elle aussi, des « futurs contingents » échappant à toute prévision. Selon Bernoulli, *la contingence est en rapport avec notre connaissance*. Le hasard est principalement épistémique.

b) La fécondité du déterminisme laplacien

La probabilité, comme l'avancent Arnauld et Nicole dans la *Logique de Port-Royal* (1662), mesure les degrés de certitude^x, « considérée par rapport à nous », relativement à notre connaissance de certains événements. Il est préférable de s'en tenir à « *l'art de la conjecture* », *puisque ce qui est certain et indubitable, nous disons que nous le savons et le comprenons ; tout le reste, nous le conjecturons ou le présumons* ». Ce caractère aléatoire des événements contingents est tout à fait compatible avec la foi dans un déterminisme ontologique absolu.

Laplace écrit ainsi dans sa définition du déterminisme :

Une chose ne peut pas commencer d'être sans une cause qui la produise. Cet axiome connu sous le nom de principe de la raison suffisante s'étend aux actions même que l'on juge indifférentes (...) Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence, qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était

assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre, dans la perfection qu'il a su donner à l'astronomie, une faible esquisse de cette intelligence. (...) La courbe décrite par une simple molécule d'air ou de vapeur est réglée d'une manière aussi certaine que les orbites planétaires : il n'y a de différence entre elles que celle qui met notre ignorance. La probabilité est relative en partie à cette ignorance, en partie à nos connaissances.

La subtilité de la probabilité classique consiste ainsi à articuler cette métaphysique épistémique :

- 1) avec un déterminisme omniprésent ;
- 2) avec une évaluation objective *a priori* des probabilités, fondées soit sur des considérations de symétrie physique, soit sur le *principe de raison insuffisante* qui assimile ignorance à équiprobabilité (et qui reste compatible avec le principe de nécessité dit parfois « principe de raison suffisante ») ;
- 3) avec une évaluation statistique *a posteriori* de la probabilité, aussi précise que l'on veut en multipliant les observations (comme le montre le théorème de Bernoulli, donc avec une vision fréquentiste de la probabilité, conçue comme limite des fréquences observées dans la répétition des épreuves) ;
- 4) avec une extension à la probabilité des causes non observables grâce aux formules de Bayes (1764) et de Laplace (1774).

La fécondité de cette approche domine le XVIII^e siècle et la première moitié du XIX^e. Presque toutes les sciences de la nature, mais aussi les sciences morales profitent des progrès de ce calcul. Définissant le programme des sciences comme celui d'une mise en adéquation des observations et des modèles^{xi} par réduction des erreurs, Laplace fait du calcul des probabilités la condition même du progrès scientifique. Il en donne une description sommaire dans son *Essai philosophique sur*

les probabilités (1814) et un développement mathématique complet dans la *Théorie analytique* (1812).

En astronomie, les avancées supposent un va-et-vient entre le perfectionnement des modèles théoriques et l'amélioration de l'observation grâce à des instruments de plus en plus performants. Seule la précision des instruments permet de discriminer les modèles des orbites de planètes. Cette précision est mise à mal par les erreurs d'observations et il devient impossible de construire une science universelle sur la base d'observations subjectives discordantes. La réduction de ces erreurs passe par l'amélioration et la normalisation des conditions de l'observation et des instruments. Il reste toujours une part d'erreur irréductible. C'est cette part, dite accidentelle, qui est modélisée par le calcul différentiel puis le calcul aléatoire. Mathématiquement, l'observation directe d'une grandeur y est $y_i = V + \varepsilon_i$ où V est la vraie valeur et ε_i l'erreur aléatoire. Plus généralement, elle s'écrit $y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) + \varepsilon_i$ dans laquelle la valeur de y est une fonction de variables « explicatives » x_{ij} , exprimant la loi supposée du phénomène, sa partie déterministe en quelque sorte, dont la forme simple ou approchée est une combinaison linéaire. L'aléa ε_i n'a rien de fondamental ; il n'est que la résultante de toutes les erreurs faites pour cette i^{e} mesure : équation personnelle de l'observateur, positionnement par rapport à l'objet, phénomène parasite, déformation de l'appareil, lecture erronée de la graduation, ou toute cause inconnue donc innommable.

Comment traiter de telles mesures erronées ? En sélectionnant la meilleure observation ? Les astronomes font mieux : en prenant une moyenne de toutes les observations. Ce faisant, ils opèrent une compensation des erreurs et une extraction de la vraie valeur. Ils disent que les effets des causes accidentelles sont ainsi effacés au profit du seul effet des causes constantes. S'établit ainsi la combinaison entre une vision déterministe et une erreur aléatoire, que les physiciens appellent un bruit aléatoire. La théorie mathématique des erreurs, dont les principaux résultats sont établis par Gauss et par Laplace dans les années 1809-1826, offre plusieurs justifications mathématiques du principe de la moyenne : par exemple le fait que la minimisation de l'erreur quadratique sur V , ou sur les paramètres de f , conduit à les estimer par la méthode des moindres carrés, et à considérer que l'erreur sur ces paramètres suit une loi « gaussienne », la fameuse loi en forme de cloche (Armatte, 1995).

L'introduction massive du hasard dans les sciences morales se fait dans le prolongement de l'arithmétique politique. Cette discipline dont on attribue l'origine

en Grande-Bretagne aux travaux de William Petty et à quelques autres conseillers du prince (Davenant, King...) vers 1660, consiste à traiter des affaires politiques d'une façon nouvelle qui consiste « à s'exprimer en matière de nombres, poids et mesures ». Cette façon de traiter des faits sociaux se répand dans plusieurs milieux qui sont à l'articulation des pouvoirs publics, séculaires et religieux, et de la science des géomètres et des astronomes, en liaison avec la *Royal Society*. Elle gagne assez vite toutes les grandes places financières et commerciales de l'Europe, de la Hollande à l'Italie. Des astronomes (Halley, Struyck), des pasteurs (Suessmilch), des commerçants (Graunt), des financiers (Kerseboom, de Witt) s'attaquent à des questions de rente viagère ou d'assurance sur la vie qui font intervenir un objet de transition fondamental : la table de mortalité. Fondée tantôt sur un modèle arbitraire plus ou moins vraisemblable, tantôt sur des données statistiques disponibles dans les paroisses, comme la table de Halley de 1691, qui repose sur les décès de la ville de Breslau, la table de mortalité est comme la table astronomique. C'est un modèle de rencontre entre raisonnements et observations. La mort est le premier de tous les risques, celui pour lequel le probable, le moralement certain et la durée de vie moyenne s'y définissent. Les règles du calcul des probabilités ne s'y appliquent pas, elles s'y forment et s'y exercent. La table, une fois stabilisée est aussi une base de transaction qui permet, selon Halley, « de montrer la proportion d'hommes en âge de porter les armes, de montrer les divers degrés de mortalité à chaque âge, de calculer la durée de vie probable à un âge quelconque, de régler le tarif des assurances sur la vie, de calculer la valeur des rentes viagères à terme et des tontines.»

Les travaux d'arithmétique politique comme l'évaluation de la population par Messance, ou le chiffrage de la richesse territoriale de la France par Lavoisier, ne comportent au départ aucune dimension aléatoire. Ils inspirent cependant aux géomètres des calculs d'erreur et une évaluation probable^{xii}. Laplace s'empare de la méthode du multiplicateur des naissances utilisée avant les premiers recensements exhaustifs de 1801 pour évaluer la population française ; il en donne un intervalle de confiance probabiliste. Condorcet, son contemporain, place au centre du fondement des sciences morales, une *mathématique sociale* qui se présente comme un transfert aux questions sociales de la mathématique mixte des géomètres de l'académie (d'Alembert principalement) associant les principes de la physique aux outils de l'analyse et du calcul infinitésimal.

La construction repose sur le calcul des probabilités. Il intervient pour résoudre le divorce entre l'évidence et l'induction, entre les sciences mathématiques qui reposent sur des preuves complètes et les sciences d'observation qui reposent sur les témoignages de nos sens et de ceux de nos semblables, et dont la vérité n'est que probable, comme le réaffirme la *Logique de Port-Royal*. Pour construire une science morale « à la fois fondée sur les axiomes du droit naturel et sur des faits que l'on découvre en observant les hommes », Condorcet se réfère au théorème de Bernoulli et à la règle de succession de Bayes-Laplace pour justifier du fait que les vérités empiriques aient un degré de certitude aussi grand que l'on veut du seul fait de la répétition des observations. Dès lors « *ce motif de croire qu'un événement très probable arrive est donc le même que celui qui nous fait croire à la constance des lois de la nature* » écrit-il. La probabilité joue alors un rôle dans chacun des moments de l'agrégation des faits et des conjectures : contrôle des erreurs dans l'établissement des faits, inférence inductive pour s'élever par induction des faits aux régularités des moyennes et appréciation du degré de certitude à donner aux lois générales.

L'intégration d'un aléa au sein même de sciences, qui ne cède rien au mécanisme et au causalisme, fait tache d'huile dans toutes les disciplines et en particulier dans les sciences de l'homme. Adolphe Quetelet (1835, 1846), astronome et statisticien, est le premier à transposer la théorie des erreurs en une théorie de l'homme moyen, moteur de sa « physique sociale ». Constatant que plusieurs caractéristiques de l'homme se distribuent selon une loi en cloche, Quetelet fait de cette loi le véhicule de cette transposition. Dans une population homogène, tout se passe comme si les variations de taille (par exemple) n'étaient que des erreurs par rapport à une taille idéale, propre à cette population, que l'on peut atteindre par une simple moyenne. Dans cette analogie fondatrice de la sociologie queteleltienne^{xiii}, une moyenne typique de mesures d'individus différents (sociologie) s'assimile à une moyenne objective de mesures d'un même objet (théorie des erreurs), et que l'on assimile à des variations assez importantes dans une population à des erreurs sur un objet.

De l'astronomie à la sociologie, du mort au vivant, de l'unique au multiple, l'aléa a changé de nature. Il était le cache-sexe de notre ignorance des causes d'erreurs, il devient la caractéristique d'une variation naturelle, et comme le montre Quetelet dans la Lettre XX, il associe des erreurs de mesure, des variations biologiques de l'individu vivant (même notre taille varie dans la journée) et des

variations interindividuelles. L'erreur aléatoire recouvrait une impossible connaissance des biais les plus divers, la variabilité est une propriété intrinsèque du vivant et du social. L'erreur était une petite variation autour de la vraie valeur, la variation devient, calcule-t-il, trente-trois fois plus grande, et elle n'a plus de référent du genre « vrai individu ». C'est pourquoi Quételet comble cette absence par un concept, celui d'homme moyen, véritable « centre de gravité de la population ».

Cette conception de la moyenne comme solution se répand dans toute la communauté savante du second XIX^e. Elle devient le paradigme de toutes les sciences sociales à venir, de l'anthropologie à l'économie, qui se débarrasse de toutes les variations accidentelles. Le type d'une population doit émerger afin d'en étudier toutes les caractéristiques et les évolutions, pourvu que cette population soit homogène, ce dont témoigne sa distribution gaussienne. Dans l'économie de ce second XIX^e, l'influence du schème probabiliste est relativement nulle dans ce qui n'est encore que l'économie politique. La méthode de cette discipline est un mélange de trois influences, celle des grands classiques qui, par exemple en France, se fige alors en un libéralisme conquérant les institutions et diffusant un discours convenu sur les bienfaits du marché. La révolution marginaliste des années 1970 associée aux noms de Jevons, Menger et Walras, perçoit le triomphe des mathématiques dans la formulation et le contrôle du raisonnement économique. Les bases sont jetées d'une théorie du consommateur, maximisant l'utilité de sa consommation sous contrainte de revenu et d'une théorie du producteur, maximisant son profit sous contrainte d'une fonction de production. Leur rencontre a lieu sur un marché définissant prix et quantités optimaux, par le jeu d'une main invisible opérant l'adéquation de l'offre et de la demande, soit dans un cadre d'équilibre partiel (sur le marché d'un bien) soit dans le cadre d'un équilibre général à la Walras. Si l'ensemble des raisonnements microéconomiques classiques reçoit ainsi une fondation analytique, l'édifice tient sur un jeu d'hypothèses supposant la rationalité des agents et les propriétés de leurs fonctions d'utilité, ainsi que l'efficacité du marché, et peut se traduire dans un système déterministe d'équations.

De hasard, point n'est besoin. La troisième influence est celle de l'approche statistique inductive, nourrie d'abord de données d'enquêtes de la Statistique générale de la France (SGF), et de débats dans les sociétés d'économistes et de statisticiens comme la Société statistique de Paris, et qui s'enrichit dans les années 1890-1920 de la diffusion par les économistes Yule et Bowley en Grande-Bretagne, March en France, des méthodes statistiques des biométriciens anglais (Galton,

Pearson) comme la régression et la corrélation plus puissants que les moyennes et graphiques en usage jusque-là. Ces méthodes sont adaptées dans les premières décennies du XX^e siècle pour traiter, en microéconomie, des questions de l'estimation des lois de demande ou les fonctions de production, et en conjoncture, de la croissance et des cycles, qui domine le paysage, ou encore de l'inflation. Cette statistique, descriptive et inductive, est réfractaire à toute modélisation aléatoire. Les économistes rejettent le calcul des probabilités, comme fondement de la statistique et pour ses potentialités de modélisation de comportements. Le débat entre Edgeworth et Keynes sur l'interprétation probabiliste de l'indice des prix comme indice monétaire en est un rare contre-exemple qui tourne court.

Finalement, cet arsenal de théorie mal stabilisée, de modélisation mécanique et « non euclidienne » selon J. Rueff (c'est-à-dire trop peu conforme à notre monde sensible) de l'équilibre général, et d'inductions statistiques poussées à leur comble comme dans les baromètres économiques des années 1920 fondées sur la mesure de la corrélation et de la covariation de séries temporelles, n'est pas articulé et ne fonctionne que dans une dualité schizophrénique. Critiqué dès les années 1920 par Yule, Slutsky et Fréchet l'usage de corrélations abusives, artéfactuelles, ou surinterprétées, pensées par les économistes indépendamment de tout schème probabiliste, conduit à l'échec d'une discipline qui n'a pas anticipé la crise de 1929, désastreuse pour ce courant, autant que pour les économies ravagées.

En conclusion de cette partie, il faut retenir que la caractéristique principale de l'aléa à l'âge classique est la combinaison savante d'un causalisme sans failles avec le point de vue épistémique d'une prise en compte de l'aléa-erreur vu comme un effet de notre insuffisante connaissance et comme bruit brouillant le signal important, un bruit qu'il faut avant tout éliminer pour accéder au signal. La *loi* des phénomènes est déterministe dans son essence. Malgré les efforts de Quételet, la transposition forcée de ce schéma dans les sciences sociales n'introduit pas une nouvelle signification de la variabilité pour elle-même, quand elle réussit à s'imposer (pas en économie), elle reproduit la théorie et la sémantique des erreurs.

2. L'émergence de la probabilité ontique

a) L'exposition de la théorie des chances de Cournot

L'Exposition de la théorie des chances et des probabilités de Cournot (1843, 1984) marque un tournant important dans la question qui nous occupe, par la critique philosophique qu'il fait de la probabilité. Comme l'a montré Thierry Martin (2005, 2007), Cournot cherche à résoudre la question philosophique du rapport de ce calcul au réel, au-delà de la reconnaissance que la probabilité est une théorie authentiquement mathématique appuyée sur la théorie des combinaisons (qu'il nomme « avec les allemands » syntactique), puis sur le calcul intégral. L'idée est de dépasser l'interprétation classique comme mesure de notre *connaissance* des choses et l'engager dans une mesure de la *possibilité* des choses. Dans son chapitre IV, Cournot commence donc par affirmer que « *tout jugement par lequel on se prononce sur l'accord de nos représentations avec le réel appartient au champ des probabilités philosophiques* ». Cette probabilité philosophique ne s'évalue pas numériquement, mais recourt à la critique philosophique et à toute une rhétorique du nombre et de la force des arguments, déjà à l'œuvre chez Arnauld et Bernoulli, et peut déboucher sur l'évaluation de leur « éventuelle valeur objective ».

Donner à la probabilité non seulement une traduction mathématique, mais plus encore un rôle dans les « lois qui régissent le monde », implique de délaisser la conception épistémique. Le hasard, selon Cournot, ne se réduit pas à une illusion remplaçant l'ignorance des causes dans laquelle nous sommes plongés. Il est indépendant de nous, objectif. Il se situe dans la rencontre fortuite, non nécessaire, de séries causales relativement indépendantes, comme celles de la tuile qui tombe et de l'homme qui passe par là. Remarquons que cette version du hasard objectif est compatible avec un certain déterminisme, comme l'était la version épistémique de Laplace, à ceci près que le déterminisme cournotien n'est pas omniprésent mais réticulaire, associé aux relations de causalité ou de solidarité que nous pouvons raisonnablement établir, et nous représenter par « des faisceaux de lignes concurrentes », figurant les liens qui enchaînent les phénomènes. Évidemment, le point délicat de cette thèse est le jugement d'indépendance qui, comme le remarque T. Martin, pourrait nous ramener à une question de jugement subjectif en lieu et place d'une connaissance défaillante. On retomberait vite dans le versant épistémique. Cournot ne peut maintenir sa position sur une telle ligne de crête qu'en

relativisant cette indépendance, en octroyant au lien entre ces séries causales une impossibilité physique, selon un second principe qui exprime que les événements de probabilité infiniment petite peuvent être regardés comme physiquement impossibles^{xiv}.

À la double condition d'admettre un tel principe et de l'appliquer à la concomitance des séries causales, « *la probabilité mathématique devient alors la mesure de la possibilité physique* ». Pour Cournot « *le terme possibilité se prend dans un sens objectif tandis que le terme de probabilité implique dans ses acceptions ordinaires un sens subjectif qui a fait illusion à d'excellents esprits, a été cause d'une foule d'équivoques* ». Cournot arrive ainsi à une nouvelle définition du hasard que l'on ne peut pas encore qualifier d'ontique, parce qu'elle n'est appliquée à aucun domaine. La théorie de Cournot ne dit rien de l'essence de ce hasard. Elle fait un bout du chemin en l'attribuant directement aux événements, et pas à la connaissance de leur réalisation. La dénomination de *hasard objectif* qu'il choisit caractérise à la fois ce choix philosophique, et le choix mathématique d'une évaluation par la limite des fréquences, adossée au théorème de Bernoulli, dans le cas des observations répétées dans les mêmes conditions. Comme ces deux dernières conditions ne sont pas toujours réalistes — Cournot a par ailleurs développé après Poisson des modèles d'urne à composition variable impliquant une « variabilité des chances » et il reconnaît, pour les événements uniques, la possibilité d'une évaluation subjective et rationnelle, fondée sur des raisons de croire.

Au fond, écrit-il, « *la théorie des chances et des probabilités mathématiques s'applique à deux ordres de questions bien distincts : à des questions de possibilité qui ont une existence objective, et à des questions de probabilité qui sont en effet relatives, en partie à nos connaissances en partie à notre ignorance* ». Bien souvent, il convient d'articuler ces deux notions. Dans le cas du lancement de deux dés, c'est un jugement de probabilité qui nous invite à croire que les dés ne sont pas pipés, par le principe de raison insuffisante, et c'est un jugement de possibilité qui donne la probabilité 1/36 au double six. Un autre exemple est développé par Cournot en statistique : savoir si la probabilité^{xv} d'un certain événement varie d'une sous-population à une autre relève du calcul d'une probabilité mathématique objective mais le choix des sous-populations pour lesquelles la différence des fréquences est significative relève de la critique philosophique.

Le renversement opéré par Cournot avec son hasard-rencontre « objectif » a peu de poids dans l'histoire du calcul des probabilités du point de vue de ses fondements mathématiques ou statistiques (par rapport ceux de Laplace, par exemple), ou du point de vue de ses usages rhétoriques et sociaux (par rapport à ceux de Quételet), ce dont témoignent par exemple les références des traités de probabilité et statistique jusqu'en 1930, il est autrement important pour les enrôlements de l'aléa dans les sciences après 1850. Il faut maintenant quitter la philosophie et la mathématique du hasard et entrer de plain-pied dans les disciplines qui voient triompher le paradigme de l'aléa objectif.

b) La mécanique statistique : de Maxwell à Gibbs

1859 est une date clé dans le changement de perspective sur l'aléa, comme l'a montré Rémy Lestienne (1993) dans un ouvrage au titre prometteur : « le hasard créateur ». Le 21 septembre 1859, James Clerk Maxwell, qui n'a que 28 ans, fait une conférence à Aberdeen qui est le premier exposé des bases de la physique statistique des gaz. Curieusement c'est en s'inspirant des thèses d'Adolphe Quételet (et pas de Brown) que le jeune physicien élabore son modèle probabiliste des gaz parfaits. Le passeur est l'astronome John Herschel qui publie, en 1850 dans *l'Edinburgh Review* un compte rendu de 89 pages des *Lettres sur le calcul des probabilités* de Quételet que ce dernier reprendra en traduction française pour la préface de sa *Physique sociale* (1969). Herschel y propose une démonstration simple de la loi gaussienne des erreurs en supposant simplement que celles-ci sont indépendantes et de même loi dans toutes les directions d'un espace à deux dimensions. Si Daniel Bernoulli, en 1738, August Karl Krönig, en 1856 et Rudolf Clausius en 1857 avaient déjà suggéré que la loi des gaz de Boyle-Mariotte pouvait être déduite de la mécanique rationnelle en faisant l'hypothèse du mouvement et de la collision de millions de molécules, ils avaient raisonné sur des vitesses moyennes, et il revient à Maxwell d'avoir proposé en 1859 une distribution de probabilité de la vitesse de ces molécules en trois dimensions selon une loi gaussienne dont la justification est inspirée de Quételet et Herschel, et d'en déduire une distribution des quantités d'énergie.

Dans cet article, un modèle se construit, qui vise à faire reposer la théorie des gaz sur un modèle « strictement mécanique ». L'hypothèse de départ est celle d'une indépendance statistique des mouvements dans les trois dimensions et de collisions entre molécules sphériques, dont les rebonds se font dans des « directions

également probables », de façon telle que l'énergie cinétique est équirépartie entre toutes les molécules. Maxwell en déduit^{xvi} la distribution probabiliste des vitesses, le libre parcours moyen des molécules, et la pression du gaz sur tout élément de surface du récipient ou de tout corps placé en son sein qui est l'effet résultant de la multitude des chocs. Cette pression, proportionnelle à la densité du gaz et à sa température, varie comme le carré de la vitesse des molécules. La loi de Boyle-Mariotte qui lie pression et température du gaz au niveau macroscopique apparaît ainsi comme la résultante de cette agitation moléculaire aléatoire au niveau microscopique. Comme chez Quételet, la moyenne (ou la somme) prise sur un grand nombre d'individus est apte à décrire de façon holiste un agrégat. En 1872, Boltzmann reprend cette analogie mise en avant par Quételet : « *les molécules sont semblables à des individus en grand nombre, qui ont les états de mouvement les plus différents, et ce n'est que parce que le nombre de celles qui ont en moyenne un état de mouvement déterminé est constant que les propriétés des gaz restent constantes.* » La régularité statistique, la stabilité macroscopique, peut être dans les deux cas aussi bien expliquée par des lois déterministes (Boyle et Mariotte d'un côté, Smith, Quételet, Marx et Durkheim de l'autre) que par un simple effet de moyenne. Cette moyenne n'opère pas dans le cas de la physique une compensation et une annulation des causes accidentelles au profit du seul effet de causes constantes. Maxwell distingue bien mouvement général de translation du système entier (à l'œuvre dans une diffusion) et mouvement d'agitation moléculaire, mais ce dernier n'est ni réduit ni annulé à l'échelle macroscopique. L'erreur était un bruit par rapport à une relation de cause à effet. L'agitation moléculaire, comme la variation dans la société, est une variabilité irréductible, inséparable des propriétés de l'objet. « Le hasard est passé du statut de concept sans fondement réel à celui de « seule réalité » selon l'expression de John Von Neumann. Il est devenu fondamental. Les lois statistiques, qui représentent les effets du hasard, ont-elles aussi changé de statut : de pis-aller destinés à combler les insuffisances de nos connaissances, elles sont devenues des lois de physique autonomes » écrit Anouk Barberousse (2002).

Par ailleurs, il s'agit bien d'un modèle, au sens où Maxwell ne défend pas l'idée que le phénomène physique de l'agitation moléculaire est dans son essence aléatoire, mais que tout se passe *comme s'il l'était*, car ce modèle rend bien compte des observations nombreuses des phénomènes au niveau macro, le seul observable. Ce modèle mathématique fonctionne pour Maxwell comme une analogie féconde :

« Si l'on trouve que les propriétés d'un tel système de corps correspondent à celle des gaz, on aura établi une importante analogie physique qui peut conduire à une connaissance plus précise des propriétés de la matière » écrit-il. Une double révolution dans la science physique se produit, à la fois probabiliste et nominaliste. D'une part, le hasard est passé d'un statut de substitut à l'ignorance, et de bruit parasite d'une relation causale, à celui de pièce centrale de cette connaissance au point qui constitue la seule réalité scientifique. D'autre part, la notion de modèle fait son apparition et suggère un nouveau rôle de la mathématique, celui d'une analogie féconde. L'article *modèle* de l'*Encyclopedia Britannica* de 1902 est signé de Ludwig Boltzmann et part de l'idée que « nos pensées sont aux choses dans le même rapport que les modèles sont aux objets qu'ils représentent » pour établir un pont entre l'idée commune de modèle et son utilisation en physique. L'article reconnaît que Maxwell est à l'origine du nouveau rôle des modèles dans nos conceptions de la nature et marque la première coupure avec le mécanisme et avec le réalisme : « *Maxwell affirma qu'il ne croyait plus à l'existence dans la Nature d'agents mécaniques constitués, et qu'il les regardait davantage comme un moyen par lequel les phénomènes pouvaient être reproduits, compte tenu d'une certaine similarité avec ceux qui existent réellement, et qui servent aussi à traiter de plus grands groupes de phénomènes de la même façon et à déterminer les relations invariantes qui les caractérisent.* »

Maxwell écrit en 1870, que « *la reconnaissance de l'analogie formelle entre deux systèmes d'idées, avec des quantités physiques correspondantes appartenant vraiment à la même classe mathématique, conduit à une connaissance des systèmes plus profonde que celle qui pourrait être obtenue quand on les étudie chacun séparément.* ^{xvii} » Aussi peut-on dater l'apparition de la notion de modèle dans les sciences physiques de ces premiers travaux de Maxwell et de Boltzmann et de leurs prolongements chez Kirchhoff et Hertz.

L'histoire de la thermodynamique continue sur cette lancée de la mécanique statistique dans un contexte d'opposition forte entre les tenants d'une approche énergétiste, phénoménologique et strictement inductive comme Ernst Mach, grand inspirateur de Karl Pearson par ailleurs et une physique à la Boltzmann, attachée à la fois à émettre des hypothèses théoriques concernant la nature profonde des phénomènes – hasard et atomisme – et à en confirmer par modélisation des conséquences fécondes. Dans ce cadre épistémologique, Boltzmann généralise la

mécanique statistique de Maxwell à base de chocs sur des molécules sphériques, à des points matériels soumis à des forces représentées par des fonctions. Il étudie ensuite des systèmes hors d'équilibre dont la dynamique est caractérisée par son équation différentielle, qui traduit les effets d'un choc entre deux molécules sous l'hypothèse de l'indépendance de leurs vitesses. Il retrouve à l'équilibre les résultats de Maxwell, mais surtout il fait intervenir la formule de l'entropie que Clausius avait introduite au cœur du second principe de la thermodynamique. Ce que l'on appelle le théorème H exprime que cette grandeur ne peut pas diminuer dès lors que l'équation de Boltzmann est vérifiée.

Ce travail offre une justification microscopique de l'irréversibilité des phénomènes macroscopiques. Il y a là un paradoxe (dit de Loschmidt) qui alimente les débats de la fin du siècle : comment une théorie microscopique, empruntée à la mécanique classique de Newton, parfaitement réversible donc, peut-elle constituer une explication de l'irréversibilité du monde macroscopique? Pour y répondre Boltzmann soutient, sans grand succès pendant longtemps, que le théorème H caractérise une croissance moyenne de l'entropie par les chocs, qui n'empêche pas de petites décroissances entre les chocs. Il admet avant tout que son théorème est probabiliste : l'accroissement d'entropie n'est pas inéluctable, il est seulement très probable, infiniment probable. Le lien entre thermodynamique et hasard déjà établi par la loi de diffusion de la chaleur, trouvait ici une justification générale, le hasard en question reposant sur l'hypothèse d'indépendance de chaînes causales, c'est-à-dire ici celles des vitesses des molécules.

Boltzmann introduit à la fin de son article de 1868 une hypothèse d'ergodicité, reprise et développée par Maxwell (1879) avec la définition suivante « le système en mouvement passe tôt ou tard par toutes les phases qui sont compatibles avec l'équation de l'énergie ». On peut aussi définir l'ergodicité par un principe d'équivalence (exprimé par Maxwell, Gibbs et Birkhoff) selon lequel la probabilité de trouver un système dans une certaine région de l'espace des phases peut s'exprimer soit comme un rapport de durée (entre le temps passé dans cette région sur le temps total de son évolution), soit comme une fréquence (rapport du nombre de systèmes dans cette région au nombre total de systèmes). Le nombre total de systèmes étant ainsi lié au nombre total W de configurations moléculaires compatible avec l'état macroscopique du système, Boltzmann (1877) peut dès lors définir l'entropie par la célèbre équation $S = k \ln W$, qui ne se réfère plus à la cinématique moléculaire, mais à une statistique des micro-états d'un système. La

variable W (la *Wahrscheinlichkeit*) peut être remplacée, en changeant la constante k , par la probabilité de la configuration.

Dans son ouvrage de synthèse *Elementary Principles of Statistical Mechanics* (1902), Josiah Willard Gibbs développe une approche mathématique ensembliste qui mobilise cette propriété d'ergodicité et qui vise à se débarrasser de la mécanique des chocs et trajectoires de molécules. La physique statistique y est fondée sur la considération d'ensembles microcanoniques (ou canoniques) de systèmes isolés à N particules de même énergie totale (de même température), décrits par les coordonnées p et les quantités de mouvement q des composantes microscopiques. Sans connaître les travaux de Gibbs, Albert Einstein étudie le mouvement aléatoire d'une particule soumise au bombardement moléculaire et montre que l'amplitude du mouvement est d'autant plus grande que la particule est petite et le fluide peu visqueux, et que la loi de probabilité de l'écart à sa position initiale au bout d'un temps t était sous ces conditions une gaussienne centrée d'écart-type proportionnel à \sqrt{t} . Ces résultats sont généralisés dans la théorie des processus deux décennies plus tard.

La mécanique statistique arrive à maturité au début du siècle, mais pose encore beaucoup de questions, dont rend compte l'article de Paul et Tatiana Ehrenfest dans l'*Enzyklopädie des mathematischen Wissenschaften* de Klein, et dans sa version française sous la direction de Jules Molk^{xviii} (1915). Elèves de Boltzmann, les époux Ehrenfest soulignent les imprécisions, les contradictions, les paradoxes de la discipline et les difficultés de sa transposition hors du domaine de la cinétique des gaz. Ils concluent à la nécessité « *d'un développement plus ample des principes de la mécanique statistique* ». L'article témoigne par ailleurs de l'importance prise en sciences physiques, depuis Maxwell, par la notion de *modèle*, et du sens mathématique précis que lui donnent P. et T. Ehrenfest. Les auteurs recourent prudemment aux notions de « probabilité d'un événement », ou de répartition « la plus probable », mal fondées en matière de fréquence et d'ensemble de référence, et « employées sans nuance ». Émile Borel trouve nécessaire de rédiger un supplément de 20 pages consacré « aux travaux parus entre octobre 1911 et janvier 1914 », prétexte à un plus large commentaire du statut de la discipline. Borel juge indispensable de distinguer dans cette discipline quatre catégories de travaux. D'abord son substrat mathématique, sous lequel il range la géométrie à n dimensions, les systèmes ergodiques « totalement contradictoires » du point de vue de

la théorie des ensembles, et de la théorie de la mesure, deux domaines dans lesquels Borel a publié en 1912 et 1913. Ensuite, les travaux de physique mathématique au titre desquels Borel recense les écrits de Gibbs, Hertz, Poincaré et Max Planck ou de lui-même en 1906 sur « l'indétermination nécessaire des données physiques ». A ce sujet, il écrit : « *il est physiquement impossible de regarder la trajectoire des molécules comme rigoureusement déterminées (...) Au lieu d'étudier une masse gazeuse où tout est supposé rigoureusement déterminé, on imagine les diverses histoires possibles de cette masse gazeuse dans une infinité d'univers indiscernables du nôtre (...) l'exposition des principes de la thermodynamique ne différerait pas beaucoup de celle de M. Planck (...) Pour que des fluctuations soient possibles, il est indispensable que la définition de la probabilité fasse intervenir des hypothèses de discontinuité.* » Borel intègre déjà à sa réflexion non seulement les débuts de la physique quantique, mais aussi les travaux sur le rayonnement thermique (Poincaré, Lorentz), sur le mouvement brownien, la radioactivité de Marie Curie, et *les Atomes* de Jean Perrin (avec lequel il a cosigné deux fascicules de son traité dédiés à la mécanique statistique. On retrouve tous ces thèmes dans son propre ouvrage sur le Hasard (1914) en exergue de cet article.

La mécanique statistique illustre toute la richesse de l'hypothèse des chocs aléatoires, en particulier sa capacité à relier l'échelle micro de la mécanique des particules et l'échelle macro des propriétés thermodynamiques d'un gaz, mais elle pose de rudes problèmes d'interprétation du hasard qui préside au mouvement brownien. Lorsque l'on descend à l'échelle subatomique, l'hypothèse quantique enrichit encore le tableau et ouvre de nouvelles voies interprétatives de l'aléa, plus qu'étranges.

c) L'incertitude fondamentale de la physique quantique

L'histoire de la mécanique quantique démarre avec la question du rayonnement des corps noirs. Max Planck la résout par l'hypothèse faite en 1900 que l'énergie des atomes ne s'échange que par unités discrètes, les quanta d'énergie, proportionnels aux fréquences de rayonnement, et qu'Einstein, encore employé au bureau suisse des brevets, identifie à l'énergie des photons en 1905. En 1913, Bohr réforme le modèle planétaire de l'atome posé par Rutherford deux années plus tôt, en spécifiant pour les électrons des orbites d'énergies différentes échelonnées selon

ces quanta. Ce modèle sert de base aux discussions de la décennie suivante mais perd du terrain ensuite dans la controverse onde-particule qui se développe. Louis de Broglie tente en 1923 une première synthèse qu'Hoffmann résume ainsi : « *les particules de matière ont une masse. La masse est une forme de l'énergie. L'énergie implique la fréquence. La fréquence implique des vibrations. Les particules animées de vibrations ressemblent à des photons. Les photons ont une relation avec les ondes de lumière. Donc la matière devrait avoir une relation avec les ondes de matières.* » les plus grandes innovations naissent dans les quelques années suivantes, avec les travaux de l'École de Copenhague, constituée de Niels Bohr, Werner Heisenberg, Pascual Jordan et Max Born. Paul Dirac et Erwin Schrödinger jouent aussi un rôle majeur dans cette *Etrange histoire des quanta*, racontée sous ce titre par Banesh Hoffmann^{xix}. La mécanique quantique achève provisoirement sa constitution au milieu des années 1930, dans le contexte instable et tragique de la montée du nazisme et de l'exode ou l'errance des physiciens européens.

Dans les années 1924-27, Born, Heisenberg et Jordan d'un côté, Dirac de l'autre, interprètent ces états en terme d'espace vectoriel, et développent une nouvelle approche mathématique de calcul matriciel dans le corps des complexes, qui permet de rendre compte des quanta d'énergie. Le viennois Schrödinger propose en 1926 l'extension des équations de la mécanique classique de Lagrange et Hamilton sous la forme d'une équation faisant intervenir une fonction d'onde $\psi(x,t)$, où x est l'ensemble des états de position qui forment la base de l'espace vectoriel de Dirac. Son carré est l'équivalent d'une densité de probabilité. Cette équation donne alors les lois (et non les valeurs) des quantités p et q résumant les positions et les vitesses (ou les quantités de mouvement) de toute particule, dont les électrons. Schrödinger en fait l'application au noyau d'hydrogène, retrouvant la valeur de ses constantes quantiques. Certes, cette équation d'onde absorbe les trouvailles mathématiques de Dirac et Heisenberg et se trouvait être si simple que Dirac l'adopta dans sa synthèse de 1930. Deux loups sont introduits dans la bergerie, celui de l'incertitude concernant la mesure de p et q , et celui de la nature du hasard à l'œuvre derrière les amplitudes de probabilité de cette équation.

D'où vient cette étrangeté de la théorie des quanta ? En quoi ce nouveau paradigme physique, non relativiste, est-il si difficile à comprendre pour quelqu'un qui est formé à la science classique ? Essentiellement du fait que la physique y perd ses caractéristiques d'une science de la prédiction, à savoir causalité, déterminisme,

réalisme et reproductibilité. Tout cela au profit du rôle qu'y joue le hasard. Il est impossible en effet d'observer à la fois la position et la vitesse d'un électron. Tout se passe comme si le fait de le voir implique l'envoi de photons qui, bien plus lourds que lui, modifiant sa trajectoire, de même d'ailleurs que les lentilles font converger leur faisceau. En savoir plus sur l'un des termes provoque des perturbations donc des incertitudes sur l'autre paramètre (intrication). Nous ne pouvons connaître avec précision les deux localisations de l'électron dans le temps et dans l'espace : c'est le principe d'inexactitude ou d'imprécision d'Heisenberg, celui de l'*Ungenauigkeit*, exprimant une indétermination objective, plutôt qu'une incertitude subjective. Il faut donc se contenter de connaître un état de mouvement qui mêle les deux informations, et qui s'exprime par une probabilité très particulière qui n'est pas additive, parce qu'elle traduit des interférences qui ne le sont pas, mais dont l'amplitude de probabilité est additive (superposition des états d'un système). Une probabilité qui n'est pas non plus « une confession de notre ignorance » car si on ne peut pas connaître exactement p et q , c'est que la théorie standard l'interdit. Sauf à s'engager dans la théorie des variables cachées qui fit long feu, le physicien ne peut faire des prédictions en raison de l'absence de connaissances détaillées. Le hasard qui est en jeu n'est pas épistémique, il est constitutif des lois de la physique, ancré dans le comportement supposé de la matière. Tout se passe comme si la particule ne savait pas (pas plus que le dé quand il est en l'air) où elle est plus tard, et pas non plus par quel trou elle passe dans l'expérience de Feynman où l'on bombarde une plaque percée de deux trous.

L'histoire de la physique quantique et de ses démêlés avec le hasard font l'objet de nombreuses controverses et d'épisodes impossibles à relater ici. Il est difficile de ne pas évoquer le texte de Schrödinger (1935), réédité par Michel Bitbol, dont les notes permettent de se faire une idée de la mutation des esprits. Schrödinger y oppose la physique classique, dont l'idéal est celui d'une description exacte de la nature (aux erreurs près) à travers un *modèle* décrivant les différents états possibles d'un système. La théorie mécanique de la chaleur de Boltzmann est pour lui une généralisation du causalisme en un déterminisme statistique qui, dit-il, « étend la validité du concept de loi exacte de la nature à des domaines où la prédominance du hasard semble l'exclure ». « La causalité n'est plus requise en tant qu'infrastructure légale supportant des régularités statistiques : ce sont au contraire les régularités statistiques qui rendent compte de l'existence apparente de lois causales » commente Bitbol.

Avec la physique quantique, ces affirmations ne tiennent plus, sauf à redéfinir autrement chaque terme. Le concept d'état se perd puisqu'on ne peut affecter de valeurs qu'à la moitié au plus de l'ensemble complet des variables qui décrivent un état. Tout au plus peut-on affecter aux autres des probabilités et toute prédiction de ce système est donc probabiliste. Ces autres variables n'ont-elle aucune réalité, ou une réalité floue, ou encore une réalité impossible à connaître ? Pour Schrödinger cette interprétation épistémique qu'il prête par exemple à Gibbs est incorrecte dans le cadre quantique qui contredit toute idée d'un état « vrai » mais inaccessible. Par ailleurs l'hypothèse des variables cachées est pour lui (1935) comme pour von Neumann (1932) impossible à admettre^{xx}. Le terme de flou est également à rejeter selon lui parce que les prédictions quantiques sur les valeurs accessibles sont parfaitement précises et que les prédictions probabilistes sont très informatives. Radicalement différente d'un flou, d'un bruit, l'incertitude de cette prédiction est une impossibilité physique de décrire un état réel complètement parce que cet état réel n'existe pas. Le chat de son célèbre exemple n'est ni mort ni vivant il est à la fois les deux. Certes, l'information est lacunaire mais Schrödinger se refuse à la position dominante qui consiste, dit-il, à se réfugier dans l'épistémologie^{xxi}, c'est-à-dire la position du hasard épistémique « qui ne fait pas la différence entre l'état réel et ce que j'en connais ». Il se refuse également à un réalisme naïf qui considère que le modèle représente la réalité ultime, il se réfugie dans une sorte de positivisme relativiste et constructiviste qui juge « qu'en dernière instance, c'est l'observation et la mesure qui nous offrent, à un moment donné la meilleure connaissance de l'état de l'objet physique qui puisse être obtenue conformément aux lois de la nature... »

Nous ne devons plus rapporter nos pensées « à aucun autre type de réalité ou à un modèle », sauf à en donner une nouvelle définition, comme un construit intermédiaire, un schéma de calcul pour déterminer le lieu où la nature a fixé la frontière de l'inconnaissabilité, c'est-à-dire quelle est la meilleure connaissance possible d'un objet. C'est la mission qu'il attribue à sa fonction d'onde ψ , conçue comme un instrument de prévision, ou plus précisément, un « catalogue de prévisions », lequel est brutalement modifié à chaque nouvelle mesure. Encore convient-il de redéfinir une mesure : ce n'est pas l'attribution d'une valeur à une variable, laquelle n'est pas déterminée, mais plutôt le résultat d'une interaction de deux systèmes tout aussi naturels, l'objet et l'appareil, qui prend sens dans une répétition dans des conditions identiques d'un genre très particulier et plus exigeant que la répétition classique de mesures entachées d'erreurs. On n'en dira pas plus, à

cet endroit malgré les développements qu'y consacre l'auteur, car ce qui a été dit illustre suffisamment la complexification non encore totalement élucidée en 1935 de la tension entre hasard épistémique et hasard ontique et le glissement de frontière qui est l'œuvre en physique quantique.

Réconcilier les interprétations particulaire et vibratoire a été possible par la combinaison de l'incertitude pour une particule isolée et la loi de probabilité pour un très grand ensemble de particules qui onduleraient comme un champ de blé. Cette multitude est ce qui rend visible l'aspect ondulatoire qui doit être présent dans la particule comme dans l'épi de blé à l'état solitaire. Onde et particule sont bien deux visions d'une même chose, un électron, qui ne dépendent que de nos moyens d'observation. Même la question de l'intégrité de l'électron, le fait que ce soit le même à quelques temps d'intervalle, est une question de regard. Hoffmann conclut ainsi : « *Il n'existe tout simplement aucun moyen satisfaisant de décrire les processus atomiques fondamentaux de la nature en terme d'espace, de temps et de causalité. Le résultat d'une expérience sur une particule atomique individuelle ne peut en général être prédit (...) Seul le résultat statistique issu de l'exécution répétée de cette expérience peut être prédit avec une virtuelle certitude* ».

d) L'évolution et la génétique de Darwin à Fisher

Revenons au XIX^e siècle et abandonnons la physique pour les sciences de la vie. En cette année 1859 où Maxwell pose les bases de la mécanique statistique, Charles Darwin publie *De l'Origine des espèces*, qui marque dans la biologie l'apparition d'un hasard objectif, placé au cœur du mécanisme de l'évolution. Darwin considère en effet que l'évolution des espèces est due à ce hasard, en un sens très proche de celui de Cournot, dont rend compte la rencontre fortuite de deux chaînes causales indépendantes, une variation au hasard des caractéristiques des espèces au moment de la transmission héréditaire des caractères de l'espèce et une sélection naturelle des espèces « les plus adaptées » à l'environnement. Pour Darwin « *Une mutation est au hasard en ce sens que la chance qu'une mutation survienne n'est pas affectée par le fait qu'elle puisse être utile à la survie de l'espèce* ». Ainsi, comme l'a rappelé Charles Lenay dans sa thèse (1989) sur le hasard chez Darwin, la variation est au hasard *pour* la sélection. Il n'y a de vision fonctionnaliste ou finaliste, ni chez Cournot, où la tuile qui tombe n'a pas pour but de blesser le passant, ni chez Darwin, car la variation naturelle n'est pas dirigée, elle n'a ni pour fonction ni pour finalité

de s'adapter à l'environnement dans la nature, même si les éleveurs souhaitent améliorer l'espèce pour telle ou telle caractéristique. Si elle favorise cette adaptation, elle engendre peut-être une nouvelle espèce, sinon la branche nouvelle peut être victime d'une valeur sélective et d'une fertilité réduites et elle s'éteint. La sélection naturelle est « ce principe en vertu duquel une variation si insignifiante qu'elle soit se conserve et se perpétue si elle est utile ». La circularité causale apparente de cette proposition vient du fait que la variation est au hasard pour une instance qu'elle constitue elle-même.

L'absence de relation entre causes des variations et causes de la sélection est posée comme constitutive de la nature, et constitutive pour nous d'un hasard cournotien (qu'il n'évoque pas). Il s'agit bien d'un hasard objectif, mais plus tout à fait d'un hasard épistémique et pas encore d'un hasard ontique car, écrit-il, « j'ai jusqu'à présent parlé des variations comme si elles étaient *dues* au hasard. C'est là sans contredit une expression bien incorrecte ; peut-être cependant a-t-elle un avantage en ce qu'elle sert à démontrer notre ignorance absolue sur les causes de chaque variation particulière». Cette ignorance ne marque pas le retour à un hasard épistémique, car il n'est pas comme chez Laplace par exemple un bruit du à des causes accidentelles et couvrant l'effet de la cause principale, mais le résultat d'une variabilité fondamentale de la transmission héréditaire. Lenay a proposé de caractériser ce hasard de la variation pour la sélection naturelle, intermédiaire entre une vision épistémique et ontique, par le terme de systémique, sacrifiant un peu à la mode des années 1970. Préférons le terme de cournotien ou « objectif ».

De chacun des phénomènes, variation et sélection, le texte de Darwin de 1859 qui exploite une vingtaine d'années de recherches et d'observations donne déjà de nombreuses propriétés (Tort, 1997). La variation, plus forte au sein des espèces domestiques que dans l'état de nature, est faite de petites variations par mutation qui s'accumulent. Certaines corrélations de croissance lient les variations de différents organes. Les conditions de vie ne jouent pratiquement pas sur la variation. Tandis que la sélection artificielle se fait à l'avantage de l'homme, la sélection naturelle se fait à l'avantage de l'organisme, et de sa capacité à survivre. Cette idée empruntée à Malthus, ne désigne pas forcément une concurrence agressive généralisée, mais une adaptation aux spécificités de l'environnement et à la concurrence des autres espèces qui limitent une pullulation exponentielle. La survivance des plus aptes et leur plus grande capacité de reproduction assurent alors à la fois une sélection des variations favorables et la dynamique de la concurrence des espèces. Dans *La filiation de*

l'homme (1871), il ajoute la sélection sexuelle comme mécanisme complémentaire à la sélection naturelle permettant aux mâles beaux et forts de conquérir – ou d'être conquis par - les femelles les plus saines et vigoureuses.

Si Darwin évoque « son *ignorance* absolue sur les causes de chaque variation particulière », c'est qu'il ne sait rien en 1859 du mécanisme de la reproduction héréditaire. Dès 1883 Weissmann formule une autre hypothèse de la continuité du plasma germinatif articulant les deux types de cellules du *soma* et du *germen*, évacuant toute possibilité de transmission héréditaire des caractères acquis. De Vries propose trois ans plus tard une théorie encore différente des *pangènes* situés dans les noyaux cellulaires et migrant vers le cytoplasme. Cette ignorance motive Francis Galton, cousin de Darwin, à s'engager dans un double programme de recherches statistiques sur les lois de l'hérédité et sur leur utilité dans le cadre d'un programme politique eugéniste. Galton se situant grosso modo dans le cadre de la pangenèse pour la transmission des génotypes fait l'hypothèse d'une transmission héréditaire par un tirage au sort des gemmules dans l'urne constituée par le stock des parents. Sans en déduire formellement des lois de probabilités caractérisant le résultat de ce tirage au hasard, il travaille directement sur l'héritabilité des caractères phénotypiques avec des méthodes statistiques qu'il met au point lui-même : en 1885 par exemple, il établit une relation linéaire entre la taille moyenne des parents et celles des enfants, qu'il interprète comme « regression toward mediocrity » : les enfants de parents de grande taille sont plutôt grands mais moins que leurs parents ; un retour vers la taille moyenne caractéristique du type humain corrige l'hérédité et permet la stabilité en moyenne et variance de la taille humaine. La pente de cette droite de régression, le rapport des variances des tailles des enfants pour un groupe de parents de même taille à la variance totale, et la qualité de l'ajustement linéaire s'expriment en fonction du même nombre r , le coefficient de corrélation. C'est un collègue mathématicien qui signale à Galton que ses calculs relèvent de la loi des erreurs de Laplace et Gauss, et ce dernier en profite pour réinterpréter cette loi non pas comme symbole d'homogénéité et de monogénisme d'une population mais comme support du caractère inégalitaire des distributions des aptitudes naturelles de l'homme, permettant de les classer entre tare et génie. Pour Galton la loi de l'hérédité est bien une loi déterministe (l'équation de la droite de régression) qui traduit la transmission de caractères issus d'un tirage aléatoire ; et cet aléa témoigne

d'avantage d'une variabilité naturelle que d'écarts à la moyenne assimilables à des erreurs.

La spécification des lois de l'hérédité est approfondie par Karl Pearson, le successeur à la *London School*, de Galton : les mêmes principes impliquent une traduction statistique des seuls phénomènes observables et d'une exploitation eugéniste. Cependant la philosophie du hasard de Pearson est différente : défenseur d'une conception idéaliste et phénoménologique de la science (voir sa *Grammaire de la science*) qui veut que celle-ci ne s'intéresse qu'aux phénomènes et pas aux choses en soi, il fait de la catégorie « contingence » le cœur de son approche statistique de l'hérédité, la corrélation n'étant rien de plus que la mesure de cette contingence. Ces options l'entraînent vers une opposition frontale à toute loi fondamentale de l'hérédité de nature génétique, et donc vers un conflit ouvert avec les mendéliens.

La redécouverte en 1900, simultanément par Hugo de Vries, Eric von Tschermak et Karl Correns, des lois de Mendel, suivie de la conceptualisation du gène et de la distinction entre génotype et phénotype (Johansen, 1909 et 1911), puis de la localisation de ces gènes dans le chromosome (Morgan, travaux sur la drosophile dans les années 1910, Nobel 1933), inaugure la génétique moderne et fournit un nouveau support à la théorie des variations aléatoires. Les deux lois de Mendel, pureté des gamètes (chacune ne contient qu'une version du gène) et disjonction des caractères en seconde génération, produisent les deux variantes de l'hybridation et la domination, et toute la combinatoire de la génétique.

e) Le hasard au cœur du mécanisme de la reproduction

L'aléa est producteur d'une fantastique diversité. Dans la reproduction sexuée qui est celle des humains, on sait désormais que spermatozytes et ovocytes présentent chacun un seul jeu de 23 chromosomes obtenus lors de la méiose par tirage au sort parmi le double jeu dont est porteur chaque cellule du père ou de la mère, et sont donc porteurs de l'une des 2^{23} combinaisons possibles de gènes. De leur rencontre naît une nouvelle cellule portant un nouveau double jeu de chromosomes représentant l'une des 2^{46} (environ 70 000 milliards) de solutions possibles.

L'approche mendélienne entre d'abord en opposition avec celle de l'école biométrique, attachée à une hérédité qui se traduit par la *loi d'hérédité ancestrale* et prend la forme d'une régression statistique expliquant directement les caractères

phénotypiques d'un individu par ceux de ses ascendants. L'opposition se transforme dans les années 1910 en controverse ouverte entre Karl Pearson et William Bateson. Il faut attendre les travaux de Ronald Fisher, et en particulier *The General Theory of Natural Selection* (1930) pour que s'esquisse une synthèse des deux approches. Dans cet ouvrage, Fisher présente divers résultats en combinant règles de Mendel et sélection darwinienne. De son ouvrage, les historiens retiennent surtout le théorème fondamental de la sélection naturelle qui montre que la variance génétique est la mesure statistique de la valeur sélective. Fisher (1922) et Haldane (1927) établissent la loi d'extinction d'un gène mutant, un problème analogue dans sa modélisation mathématique à celui de l'extinction d'une famille traité par Bienaymé en 1845. La probabilité pour que ce gène apparue chez un seul individu soit présent chez k descendants à la génération n est donnée par la loi de Poisson de moyenne $m = Nq$ où q est la probabilité de survie et N la descendance moyenne.

Le phénomène de dominance établi par Mendel risque-t-il d'entraîner la disparition des caractères récessifs ? Est-il compatible avec une certaine stabilité génétique des populations ? Godfrey Hardy et Wilhelm Weinberg montrèrent séparément en 1908, mais ce théorème n'acquies une certaine importance qu'après 1920, que dans une population infinie se reproduisant par panmixie, en l'absence de toute sélection, apparaît un équilibre stable dans la composition génétique des générations successives : les fréquences des génotypes restent constantes. C'est un peu l'équivalent du principe d'inertie en mécanique.

Avant même la naissance de la biologie moléculaire, et la reconnaissance de la structure de l'ADN, deux processus de changement des fréquences alléliques sont mis au jour au sein d'une population, qui permettent de s'écarter de l'équilibre de Weinberg-Hardy. Le premier est le processus de mutation par sélection naturelle déjà identifié par Darwin et quantifié de façon tout à fait déterministe par la mesure de la valeur sélective, ou aptitude d'un variant génétique à se perpétuer pour une population et un milieu donné, et relié au taux de survie à l'âge de la reproduction et à la fécondité (nombre de descendants). La fréquence de ce variant dépend de sa valeur sélective selon une formule du même type que celle de la diffusion d'un gaz en physique. Les mutations génétiques qui sont au hasard peuvent faire l'objet d'une sélection qui modifie la dynamique de la population. Dans les années 1930, Philippe L'Héritier et Georges Teissier ont pu observer un grand nombre de générations de drosophiles se reproduisant dans des dispositifs appelés « cages à populations », et

mettre en évidence la disparition progressive d'une catégorie mutant de façon défavorable.

Le second processus de déséquilibre d'une population est la dérive génétique étudiée par Sewall Wright (Université de Chicago) et par Ronald Fisher à partir de 1925, qui peut se définir comme « une fluctuation au hasard aboutissant à la fixation ou la disparition d'un allèle indépendamment de sa valeur adaptative ». C'est un processus d'échantillonnage aléatoire : Soit une population de taille N dans laquelle chaque individu a 2 gènes, chaque gène ayant deux allèles A et a de probabilité p et $(1-p)$ à la génération n . Alors la fréquence absolue de l'allèle A dans la population à la génération $n+1$ est aléatoire (il suit une loi binomiale $B(2N, p)$), et fluctue de autour de son espérance conditionnelle $2Np$. Sa fréquence relative fluctue autour de p . On retrouve donc en moyenne la stabilité du théorème de Weinberg et Hardy ; mais il n'en est pas de même des fréquences observées. Répétées sur plusieurs générations, ces fréquences forment une marche aléatoire qui s'écarte de p (mais peut y revenir), et qui ne s'arrête que lorsque cette fréquence atteint les valeurs 0 ou 1 : il y a fixation de l'un des deux allèles. Wright et Fisher ont montré que la dérive est plus forte dans les petites populations et se fixe plus tôt.

Dans une population infinie, il n'y a pas de fixation et on retrouve le théorème de Weinberg-Hardy. Les fréquences des trois types de groupes sanguins A, B, O, différentes selon les continents ne s'expliquent par aucun facteur de sélection spécifique, mais par un tel phénomène de dérive aléatoire. Le modèle de Wright et Fisher de la dérive est celui d'un processus de Markov, processus dans lequel la distribution des fréquences à la date t ne dépend que la fréquence au temps $t-1$. Wright et Fisher dérivent des formules de la loi binomiale l'équation de récurrence de ce processus mais ont des difficultés à la résoudre. Le français Malécot s'empare ainsi de la théorie des processus et donne une solution (1945), qui introduit la section suivante.

3. Les processus : marche aléatoire et mouvement brownien

a) Les premiers pas de Brown

L'aléa conçu comme une composante intrinsèque des phénomènes, anticipée par les philosophes, s'est introduit au sein même des sciences naturelles, en

physique et biologie. On voudrait maintenant dresser une petite cartographie rapide d'un objet de transition très important, un objet-valise, un objet-frontière, un objet-nomade qui va circuler entre plusieurs pôles de recherche et plusieurs disciplines pour imposer deux idées conjuguées : l'aléatoire et la temporalité. Il y a beaucoup de façons de raconter l'histoire de ce que Paul Lévy dans les années 1920 appelle mouvement brownien. Ce n'est pas forcément la même que racontent les biologistes, les physiciens, les financiers, les statisticiens et les mathématiciens.

L'incontournable précurseur en serait le botaniste Robert Brown qui observa au microscope en 1827 (après d'autres d'ailleurs comme Leeuwenhoek, Buffon, Spallanzani et Brongniart) le mouvement de grains de pollen de plantes vivantes et séchées en suspension dans l'eau. Il décrit ce mouvement comme chaotique, et l'attribua d'abord, comme Buffon avant lui, à une force vitale de ces particules, réveillées parfois d'un long sommeil végétatif. S'intéressant ensuite aux mouvements d'autres particules de tout type, végétales mais aussi minérales, placées dans un fluide, il dut reconnaître que ce mouvement avait une autre explication, mais sans s'avancer davantage. Que ce mouvement soit occasionné par le choc des molécules du fluide, invisibles mais très nombreuses, et certainement en mouvement elles-aussi, cela deviendra une hypothèse plausible pour les physiciens après 1860, comme on l'a vu pour le cas des gaz, et pour les biologistes comme Christian Wiener en 1863, et Louis-Georges Gouy en 1888.

La notion de marche aléatoire apparaît indépendamment dans le domaine du calcul des probabilités, dans des modèles de jeux répétés. Elle peut se modéliser par un mobile qui se déplace au hasard sur un axe (ou sur un réseau plan) par pas indépendants d'une unité dans deux (ou 4) directions de probabilités p et q sous l'hypothèse forte que la position du mobile au temps t ne dépend que de celle au temps $t-1$ et pas de tout l'historique. Sa position Y_t au temps t suit un processus de marche aléatoire dont on montre qu'il est à la limite gaussien, centré sur la différence des probabilités $p-q$, et de variance proportionnelle à t . Sa trajectoire semble erratique sur ce réseau, et peut l'éloigner beaucoup du point de départ mais aussi l'y ramener parfois. La question intéressante est souvent la probabilité que le mobile s'écarte de son point de départ d'une valeur supérieure ou égale à k . Le jeu de pile ou face avec enjeux unitaires, pour lequel Pascal étudie la question des partis qui aboutit à la règle d'espérance, s'apparente à une telle marche aléatoire, et la probabilité que la perte soit inférieure ou égale à la fortune initiale s'interprète comme une probabilité de ruine du joueur, un problème classique du calcul des

probabilités discuté par Pascal, Huygens, Bernoulli, de Moivre, Condorcet et Lacroix, (1822, p. 116), et repris dans les années 1960 par Guilbaud et Bouzitat (MSH, 1965).^{xxii} Pour ce jeu, et plus généralement pour la marche aléatoire, la question de la récurrence se pose : existe-t-il une valeur de t finie pour laquelle on repasse forcément par l'origine ? Le problème de la récurrence a trouvé un début de solution en marche continue avec Bachelier (1900) puis avec le théorème de Polya (1921) qui a montré que la récurrence est certaine (probabilité = 1) pour les dimensions 1 et 2, mais faiblement probable pour des dimensions plus élevées : $p_3 = 0,340537$; $p_4 = 0,193206$.

b) Les pistes de Regnault et de Bachelier

La finance de marché est un autre domaine dans lequel on sait vite formaliser une marche aléatoire dès le XIXe siècle. En 1863, un courtier en Bourse, Jules Regnault, dont les textes ont été récemment redécouverts par Bernard Bru puis Frank Jovanovic et Philippe Le Gall (2002), publie un ouvrage (*Calcul des Chances et Philosophie de la Bourse*). Motivé par les questions de législation et de moralisation de la spéculation financière, il s'inspire des théories de Quetelet sur le rôle des moyennes dans la compensation et l'annulation des causes accidentelles, au profit de l'émergence des causes constantes. Cette approche lui permet de séparer les mouvements de court terme qu'il attribue à l'illusion, l'erreur ou au vice, bref à la spéculation, des mouvements de long terme liés à des fondamentaux de l'économie. Au milieu de nombreuses considérations théologiques et philosophiques, Regnault représente les prix des actions comme analogues à une suite de jeux de pile ou face, de baisses et de hausses auxquelles il affecte des probabilités égales pour des raisons d'absence d'arbitrage (l'espérance de profit est nulle), et qui se succèdent de façon indépendante. Il n'évoque pas une « marche aléatoire », mais en définit bien les deux conditions et les principales conséquences : étudiant les valeurs de la rente à 3% de la dette publique française^{xxiii}, il montre empiriquement que les déviations moyennes (en fait médianes) des prix au bout d'un certain temps sont égales pour des durées égales et qu'elles sont proportionnelles à la racine carrée du temps, une loi qui n'avait encore jamais été énoncée, dit-il. La reconnaissance d'une loi de Laplace-Gauss lui permet de calculer des probabilités d'écarts à un temps donné, qui « varient en raison directe des carrés de ces écarts » écrit-il. Introduisant ensuite des coûts de transaction comme les frais de courtage, il montre que ceux-ci déséquilibrent

les probabilités de gain et de perte et conclut que la spéculation est vouée à la ruine rapide du joueur^{xxiv}. Sur le long terme, toutes ces fluctuations se compensent et ne reste que la tendance due aux causes constantes qui définissent le juste prix de l'obligation ou du titre, comme le taux d'intérêt qui en est la composante principale, et le travail qui est la source de toute valeur. Ce juste prix n'est autre que le prix moyen qui joue un rôle d'attracteur des prix observés, avec une force d'attraction toute newtonienne, proportionnelle au carré de la distance !

La thèse de Louis Bachelier (1900) sur la spéculation a acquis de nos jours une notoriété qu'elle n'a pas eue immédiatement, et qui en a fait le mythe fondateur de la science financière moderne. Il se dit souvent qu'elle passa inaperçue jusqu'à sa traduction anglaise de 1964. Il est vrai que Poincaré, président du jury de thèse, aussi bien que Paul Lévy, rapporteur du jury de candidature au poste de Dijon en 1926 ne reconnurent pas tout de suite le génie du précurseur. Sa thèse fut cependant connue et citée par des gens aussi importants que Keynes, Kolmogorov, Feller, Itô... dans les années 1920, 1930 et 1940. Bachelier, qui ne semble pas avoir connu les résultats très empiriques de Regnault mais plutôt ceux du traité de Joseph Bertrand, suit une démarche axiomatique et déductive. Il pose le postulat que l'on doit pouvoir rendre compte du mouvement boursier par les mathématiques du calcul des probabilités sous l'hypothèse que « l'espérance du spéculateur est nulle ». Il y rajoute une hypothèse d'indépendance des variations successives des cours, et raisonnant directement sur un processus continu, il aboutit à une relation fonctionnelle dite aujourd'hui équation de Chapman-Kolmogorov^{xxv}. La solution en est une loi de probabilité de transition gaussienne dont la variance est proportionnelle au temps. La thèse de Bachelier contient donc, et cela de trois façons différentes, la première théorie mathématique du mouvement brownien, continu, sans qu'il soit ainsi désigné. Bachelier teste aussi son modèle sur la rente à 3% mais il en précise le but : « ce n'était pas pour vérifier des formules établies par les méthodes mathématiques, mais pour montrer seulement que le marché, à son insu, obéit à une loi qui le domine, la loi de probabilité ».

Cette approche « mathématique » de la marche aléatoire dans ses versions discrètes et continues va trouver sa place au sein des processus de Markov quelques années plus tard. Andrei Markov (1906) définit ce qu'on appelle les chaînes de Markov comme des processus discrets, ou suites de variables aléatoires à valeur dans un espace des états discrets, finis ou dénombrables, dont la propriété essentielle est que la valeur présente du processus contient toute l'information pour la prévision de

la valeur future, sans que rien d'un passé antérieur n'y ajoute quoi que ce soit. La loi du processus dépend des seules probabilités de transitions. La marche aléatoire telle que nous l'avons définie plus haut est un cas particulier de chaînes de Markov qui sont, elles-mêmes, une catégorie des processus markoviens, ayant tous en commun de modéliser un processus sans mémoire.

Le sujet devient une affaire de physiciens avec Einstein, qui s'intéresse au mouvement brownien en 1905, onze jours après avoir remis sa thèse sur la relativité restreinte et sur la structure atomique. L'enjeu pour Einstein est un double test de la théorie cinétique et de la nature atomique et moléculaire de la matière. Ces deux approches étant liées par la constante R de la loi des gaz parfaits qui s'exprime en fonction du nombre d'Avogadro N_A . Einstein fonde son calcul sur l'équilibre statique pour chaque particule de la force cinétique et de la force osmotique, puis sur la dynamique en milieu visqueux qui en résulte. Il en déduit la formule fameuse du coefficient de diffusion en fonction de la viscosité η et de la dimension a des particules, et l'équation de la diffusion dans laquelle $f(x,t)$, la densité de probabilité gaussienne sur un axe x des particules browniennes^{xxvi}. Sa variance s'exprime simplement comme une fonction de ce coefficient D et de la dimension de l'espace d : $\langle X^2(t) \rangle = 2dDt$. Cette formule est la première expression mathématique de la diffusion brownienne. De plus elle permet d'estimer le nombre d'Avogadro N_A . L'année suivante Einstein donne une théorie plus générale - translation et rotation - du mouvement brownien sur la base des équations de Boltzmann, et en 1907 il propose des une méthode de mesure des vitesses dans un mouvement brownien.

Les équations du brownien sont en fait découvertes par Marian von Smoluchowski au même moment qu'Einstein et indépendamment de lui, en partant d'un modèle de collision élastique. Langevin (1908) s'attache à son tour à réconcilier les approches de Smoluchowski et d'Einstein, et Jean Perrin peut être considéré comme celui qui a mené à bien la vérification expérimentale des théories d'Einstein et de Langevin. Norbert Wiener, enfin, publie en 1923 un article, « Differential space », qui peut être considéré comme une reconstruction purement mathématique de l'objet des physiciens Einstein, Langevin, Perrin. « *L'idée de base fut de construire directement sur l'espace des fonctions continues d'une variable réelle (représentant la position en fonction du temps) une mesure de probabilité telle que les accroissements de position sur des intervalles de temps disjoints aient une distribution de probabilité*

gaussienne ». Cette mesure de Wiener est définie comme limite continue de la mesure de probabilité appliquée à la marche aléatoire sur un réseau discret, fini ou dénombrable. De cet article date l'identification faite entre le mouvement des particules dans un fluide et sa représentation mathématique par « un processus de Wiener ». La reconstruction axiomatique des probabilités par Kolmogorov (1933) profite des travaux de Markov et de Wiener puisqu'il propose une extension aux processus de son axiomatique fondée au départ sur la notion de sigma-algèbre et de mesure de Lebesgue. Cet objet à deux facettes est alors popularisé « sous le terme de brownien » par Paul Lévy qui publie en 1948 le grand ouvrage de synthèse qu'est *Processus stochastiques et mouvement brownien*.

L'histoire du mouvement brownien est ici délaissée, tantôt physique tantôt mathématique. Nous renvoyons pour les développements purement mathématiques, très nombreux à partir des années 1950, à l'ouvrage de Feller (1950), ou plus abordable, aux questions et réponses de Jean-Pierre Kahane (2006) et à la revue plus complète de Paul-André Meyer (2000), lui-même acteur majeur de la théorisation générale des processus, dont une traduction en anglais figure dans le *Journal électronique HPS* (2009). Comment l'aléa est-il ainsi conçu dans les sciences de la seconde moitié du XX^e ? Commencer par l'économie et la finance, permet de suivre la continuité de l'histoire des processus que nous venons d'esquisser.

4. L'aléa au centre des sciences du second XX^e siècle

a) L'économétrie structurelle et les processus

Nous avons laissé la discipline économique aux prises avec le triple constat d'une dualité fâcheuse entre économie mathématique et statistique économique, et d'un mauvais adossement des deux approches à la théorie économique. A la suite de la crise de 1929, un nouveau programme de recherche prend forme au sein de la Société internationale d'économétrie. Il est mené par son fer de lance, la Commission Cowles^{xxvii} qui propose leur synthèse en profitant de plusieurs éléments conjoncturels : le brassage entre l'Europe et les Etats-Unis provoqué par la montée du fascisme et l'émigration des savants juifs, la demande des politiques keynésiennes par les appareils d'Etat nord-américains et européens liées à l'économie de guerre, prolongée dans la guerre froide, les conditions de recherche plus que favorables des

laboratoires issus de l'alliance des militaires, des industriels et des scientifiques, l'explosion des mathématiques appliquées, le développement des statistiques probabilistes, de la comptabilité nationale, et des ordinateurs. Les économètres de la Cowles Commission (principalement Marshak, Haavelmo, Koopmans) vont dépasser les travaux des années 1920-30 de Moore, de Tinbergen, de Frisch encore fondés pour l'essentiel sur la notion de corrélation, en introduisant une méthode nouvelle dont l'outil principal est le modèle aléatoire.

Il faut en effet se pencher sur le traitement des modèles aléatoires par Haavelmo dans son manifeste fondateur de 1944. C'est un texte qui a beaucoup circulé dans les séminaires de la Cowles Commission avant d'être publié comme supplément du journal *Econometrica*. Le fil conducteur de ce texte est l'idée que la confrontation des approches hypothético déductives aux observations statistiques ne peut se faire que par le biais d'un modèle mathématique jouant un rôle de médiateur entre théorie et matériel empirique. Ce modèle est fait d'équations comptables traduisant des contraintes et d'équations rendant compte des principes ou des comportements agrégés d'acteurs (ménages, entreprises, banques, administrations). Une autre façon de voir est d'envisager qu'un modèle est un « jeu de restrictions hypothétiques sur les variations conjointes d'un système de variables ». Cependant les équations de ce dernier type ne peuvent prendre la forme simple de fonctions analytiques et paramétriques de plusieurs variables, dont les variables explicatives (exogènes) sont celles qui ont été identifiées comme ayant un effet majeur, commun à tous les agents, connu empiriquement ou suggéré par la théorie économique, sur la variable endogène expliquée par chaque équation de comportement.

Les variables mesurées par le biais des systèmes d'information statistique privés et publics dépendent en fait d'un protocole d'observation, et, par suite d'erreurs de mesure ou d'erreurs de définition ou de non prise en compte des interdépendances, ces variables s'écartent des variables d'un plan d'expérience idéal. Celles-ci s'écartent elles-mêmes des variables de la théorie économique. Hors du cadre de lois naturelles, avec les résultats de décisions agrégées, il faut concevoir ces relations comme liant seulement les conséquences de décisions (de dépense, d'épargne, d'investissement...) dont le processus complet, supposé résulter d'un système de préférence et d'une optimisation, est inobservable. Pour toutes ces raisons, et parce que c'est pour Haavelmo la seule façon de confronter modèle théorique et réalité, il faut que ce modèle comporte un terme aléatoire

malencontreusement nommé terme d'erreur à la suite des astronomes. L'erreur de mesure n'est que l'une de ses composantes. S'y ajoutent les erreurs de définition des variables (que l'on pense aux mesures diverses du chômage), des erreurs de spécification du modèle correspondant aux variables « oubliées » dans le modèle, et aussi les erreurs d'un double échantillonnage : celui que fait la Nature en ne choisissant qu'un des systèmes possibles, celui que nous faisons en relevant les valeurs des variables sur une sous population et une période limitée.

La nature de cet aléa est donc composite et cela entraîne une position hybride ou intermédiaire dans l'opposition entre hasard ontologique et hasard épistémique. Pour une part, il s'agit de variations dues à des décisions et des comportements individuels dont on peut penser qu'ils ont en eux-mêmes une part d'indétermination, pour une autre part, il s'agit d'un hasard produit par un sondage dans une population infinie de comportements possibles, pour une troisième part, il est plutôt question d'un hasard de circonstance que l'on substitue à toute une série d'effets mal connus dont on pense qu'ils sont au hasard par rapport aux causalités étudiées. Haavelmo n'est pas clair sur cette question, disant tantôt que « la probabilité est un moyen d'exprimer une opinion sur les phénomènes réels », ou encore que « la notion rigoureuse de probabilité n'existe que dans notre esprit rationnel », tantôt que l'aléa traduit un comportement des individus, tout en se rattachant à la rationalité de ce comportement. Certains commentateurs y voient une intervention contre le subjectivisme des physiciens de l'École de Copenhague et en faveur des probabilités objectives étendues au cas des événements singuliers grâce à la notion poppérienne de propension. Haavelmo affirme quant à lui ne pas souhaiter entrer « dans les futiles discussions de ce que sont vraiment les probabilités ».

L'objectif d'Haavelmo est de convaincre les économistes si réticents à la probabilité « qu'aucun outil développé dans la théorie statistique n'a de signification, sauf peut-être pour la description, s'il n'est pas rattaché à quelque schème probabiliste ». Un boulevard s'ouvre à lui et aux économètres, car dès lors que le modèle est probabiliste, il comprend des paramètres inconnus aussi bien dans la partie déterministe que dans la partie aléatoire. Une théorie économique devient alors un jeu d'hypothèses sur ces paramètres. Tester une théorie via un modèle devient équivalent à tester, au sens de la théorie statistique des tests de Fisher ou de Neyman, ces hypothèses paramétriques. Haavelmo peut d'autant mieux convaincre les économistes que ce schéma est général et n'impose aucune restriction sur les interdépendances économiques que la statistique multidimensionnelle et inférentielle

de Fisher permet de concevoir des modèles à équations simultanées dotées chacune d'un aléa, ces aléas formant un vecteur aléatoire dont la matrice de variance-covariance peut traduire les situations les plus simples comme les plus complexes.

De fait, l'économétrie structurelle et probabiliste s'impose après-guerre comme l'outil principal de simulation des économies nationales, en s'appuyant sur les données de la comptabilité nationale et les mécanismes keynésiens en vigueur dans les trente glorieuses. Un des points délicats de cette méthodologie reste tout de même la notion de structure du modèle qui est censée rendre compte des relations autonomes d'une économie par un jeu de relations déterminées qui n'ont pas de fondements bien clairs, ni dans des hypothèses microéconomiques de rationalité des agents et d'équilibre général, ni dans des lois « holistes » comme par exemple la relation de Phillips entre chômage et inflation mise en avant par les keynésiens, qui est fortement contestée par les monétaristes puis les nouveaux classiques, lesquels finiront par avoir sa peau dans les années 1970.

Une des fleurs de cette méthodologie est la théorie du portefeuille en finance, en particulier chez Markowitz. Ses travaux à la Commission Cowles en compagnonnage avec les économètres le conduisent à formuler dès 1952 le problème du portefeuille optimal comme un problème d'optimisation sous contrainte d'un compromis entre rendement espéré et risque encouru. Cette approche se heurte à la manipulation impossible de grosses matrices de variances-covariances. C'est en introduisant dans ledit portefeuille un actif sans risque (apport de Tobin en 1958) puis la décomposition de la variabilité d'un titre en variabilité commune et variabilité intrinsèque au titre, et enfin l'idée de Sharpe (1963) que le facteur commun est tout simplement le marché que l'on arrive à l'équation de régression simple $R_j = \alpha_j + \beta_j R_M + \varepsilon_j$ dans laquelle β_j mesure la sensibilité du titre j au marché et ε_j la variabilité propre au titre j . Cette équation est au cœur du modèle CAPM (MEDAF en Français) et permet l'estimation de ces valeurs sur des données boursières et, par agrégation, une théorie des choix de portefeuille qui conduit à la règle de la diversification et à une politique de gestion indicelle (suivre le CAC40)^{xxviii}. On voit dans ce modèle que l'aléa ε_j c'est ce qui reste quand on cherche à expliquer R_j par R_M . L'approche est donc celle de Quetelet, à ceci près que cette variation, accidentelle par rapport à la cause constante qu'est le marché, n'est pas une erreur mais une grandeur dont la variance mesure la volatilité du titre. Et les financiers ne vont pas manquer de lui attribuer les propriétés d'un bruit blanc gaussien de

variance finie tendant vers zéro quand on considère un nombre infini d'observations, comme l'avait fait Bachelier.

Ce sont précisément ces hypothèses qui sont remises en cause par Paul Lévy et Benoit Mandelbrot. La justification principale de la loi normale était le théorème de Laplace : la somme de n variables de même loi suit asymptotiquement une loi normale. Depuis les travaux de Poisson, Bienaymé et Cauchy on connaissait l'exception des lois de Cauchy dont la somme est une loi de Cauchy. Dès 1900, les écoles allemandes (Lexis, Bortkiewicz) contestent ce modèle « unique » du hasard. Paul Lévy (1924, 1925) s'est posé la question générale des lois stables pour l'addition et a montré qu'elles forment une famille, indexée par $\alpha \in]0, 2]$, paramètre de la loi de Pareto^{xxix} qui en représente la limite pour les grandes valeurs. Ces lois n'ont pas de forme analytique mais on retrouve la loi de Cauchy pour $\alpha=1$, et la loi de Gauss pour $\alpha=2$. La théorie complète des lois stables de Pareto-Lévy se trouve dans Lévy (1937).

Mandelbrot montre de son côté, dans les années 1960^{xxx}, que les séries boursières, ou plus exactement leur taux de variation (ou différence logarithmique), sont caractérisés par de telles lois, avec α de l'ordre de 0,8 à 1,8 - autour de 1,6 pour de nombreuses séries économiques - dont les deux propriétés importantes sont qu'elles n'ont pas une variance finie et qu'elles présentent des « grosses et longues queues » donnant une probabilité beaucoup plus élevées que la loi normale aux événements extrêmes. Ces distributions apparaissent plutôt que la loi normale car les accroissements ne sont pas des petites fluctuations de même ordre de grandeur autour d'une tendance, mais mélangent de petites variations à quelques très grandes variations qui l'emportent et ne compensent pas les premières. C'est le hasard sauvage que Mandelbrot oppose au hasard bénin. Il remet également en question la continuité des trajectoires des prix ce qui disqualifie le mouvement brownien. Il met en évidence des propriétés d'autosimilarité (courbes auto-affines analogues aux fractales) identifiés à tort comme des cycles périodiques multiples. Ces critiques de Mandelbrot vis-à-vis du modèle brownien offrent un autre modèle, dans lequel on peut relâcher quatre hypothèses : l'indépendance des accroissements, la stationnarité, la stabilité, la loi gaussienne. La récente crise financière fut l'occasion pour certains élèves de Mandelbrot de s'interroger sur le rôle de ce défaut de modèle dans la sous-estimation des risques financiers, avançant l'hypothèse que cette approche bien connue théoriquement soit peu implantée dans les salles de marché. D'autres ont mis en avant que cette critique a été intégrée depuis longtemps en

finance et que les modèles diffèrent selon les marchés. Elle ne jouerait aucun rôle par exemple dans la pratique de gestion des options par la construction d'un portefeuille de couverture calculé avec les formules de Black et Scholes.

Les processus stochastiques sont devenus après 1970 le principal soubassement de la finance de marché, ce qu'illustre le développement quasi autonome des mathématiques appliquées à la finance et le rôle des modèles dans les salles de marché^{xxx}. Au mouvement brownien et son dépassement par les processus de Lévy, il faut rajouter les innovations de la théorie des martingales grâce aux travaux de Joseph-Leo Doob et de Jean André Ville^{xxxii}, mais aussi les développements du calcul différentiel stochastique. Les travaux de Kiyoshi Itô ont permis de développer la théorie et la pratique de la fixation du prix des options et surtout de la gestion des risques associés par la construction d'un portefeuille de couverture. Nicolas Bouleau (1998) a montré combien cette innovation constituait « *une rupture épistémologique* » par rapport aux précédentes méthodes de prévision, mais ouvrait la voie à une multiplication des effets de levier associant « *de fortes dissymétries dans le temps entre faibles sommes engagées et forts risques à terme, promptes à faire planer sur les marchés ou sur les banques des éventualités de cataclysmes plus ou moins dévastateurs d'autant plus inquiétants que l'on peut craindre un effet dominos...* ». Ce constat a été écrit 10 ans avant la crise des subprimes.

Pour finir, il peut être utile de noter que les processus ne se trouvent pas qu'en finance, mais dans toute la planète économétrique. En effet, à la suite du chute de l'économétrie structurelle sous les coups des nouveaux classiques et de leur théorie des anticipations rationnelles (Lucas, 1976), consécutivement au du régime de stagflation mettant fin à la croissance, la modélisation macroéconométrique s'est dirigée vers d'autres méthodes que celles de la Cowles Commission. Un autre schéma est fourni par les modèles de type MEGC (équilibre général calculable) articulés à une exigence d'équilibre au niveau microéconomique, mais sans introduction d'hypothèses aléatoires et sans test sur données historiques. Une autre issue s'est ouverte dans le domaine du traitement des séries chronologiques, en continuité avec une tradition économétrique anglaise, non plus comme en 1920-50 avec des modèles de décomposition et de prévision dans lesquelles l'aléa n'est qu'un bruit à étouffer, mais avec des modèles de processus stationnaires, combinant mécanismes autorégressifs et mécanisme moyenne mobile dans des modèles de type ARIMA, comme dans la méthode de Box et Jenkins. Cette approche statistique accrochée au

choix de modèles stochastiques, propose une procédure pour identifier puis estimer les paramètres de tels modèles, à des fins de prévision, comme il a été proposé par Sims en 1980 avec ses modèles VAR. Cette approche s'est prolongée en finance principalement par des modélisations de type ARCH qui introduisaient l'idée d'une volatilité changeante tout au cours du processus, constituant une alternative sans grands lendemains aux approches en terme de processus non stationnaires et discontinus de la galaxie Mandelbrot. Une dernière forme de retour à l'aléa à en économie qu'il nous faut signaler est celle de l'économie expérimentale, qui a acquis quelque notoriété dans les années 1990 et 2000, en proposant d'évaluer des politiques ciblées par la méthode des essais randomisés, inventés par R. Fisher dans les années 1930 dans la station d'agronomie expérimentale de Rothamsted, diffusée à large échelle dans la médecine clinique de l'après-guerre.

b) La thermodynamique, l'entropie et l'information

Le concept principal qui est discuté après la guerre est celui de l'entropie. Mise en avant par Clausius dès 1850 la croissance inexorable de l'entropie reformule le second principe de la thermodynamique de Carnot, et met l'accent sur l'irréversibilité des transformations d'un tel système. Le théorème H de Boltzmann établit en 1872 une relation entre entropie et hasard, c'est on l'a vu en reliant l'entropie au nombre de complexions (de configurations) d'un ensemble moléculaire par la célèbre formule $S = k \cdot \log W$, l'interprétation de l'entropie en termes d'ordre et désordre et en terme d'information est plus tardive. Elle conduit à redéfinir l'entropie comme une mesure du désordre interne des systèmes. Ce désordre a diverses interprétations. Une interprétation subjective et idéaliste s'est construite autour de la philosophie de Bergson et a fait de nombreux adeptes, mais ne devrait pas recouvrir l'interprétation objective en terme de hasard essentiel : « *le désordre n'est qu'un rapport entre l'entropie vraie du système et l'entropie maximale à laquelle ce système pourrait prétendre, compte tenu de l'espace de phase disponible*^{xxiii}... » Intuitivement, la notion d'ordre qui est ici à l'œuvre est relative à un niveau d'organisation, et relative à notre connaissance : ordre au niveau macro visible et désordre au niveau moléculaire inaccessible, et elle est plus théorique qu'empirique : on ne sait pas mesurer l'entropie d'un système et son degré d'ordre-désordre. Ce qui laisse beaucoup de place à toutes sortes de réflexions métaphysique

sur le devenir du monde. Prigogine stigmatise cette interprétation de l'entropie qu'il lit encore chez un auteur comme Murray Gell-Mann (1994), et il préfère assimiler le désordre à une absence de corrélations entre les trajectoires des particules élémentaires.

Une interprétation plus intéressante est celle qui surgit avec la notion d'information. Claude Shannon, ingénieur au laboratoire *Bell* de New York, travaillant sur le rendement des lignes télégraphiques, cherche à étendre les premières approches de Nyquist et Hartley à la Bell en 1924 sur la mesure des quantités de signes à transporter, indépendamment de toute signification. Dans ces premières approches les ingénieurs ont proposé de quantifier l'information contenue dans un message de n signes par la formule $I_n = \log_b(n)$ dans laquelle la base b du logarithme est par exemple égale à 2 si l'on raisonne en bits. Shannon (1948) se place dans le cadre d'un message émis par une source discrète et assimilé à un processus de Markov dont les valeurs possibles sont associées à des probabilités p_i . Il propose alors comme mesure de l'information apportée par une telle épreuve la

quantité $H = -\sum_{i=1}^n p_i \cdot \text{Log} p_i$. Elle est la seule qui satisfait les trois propriétés

d'être une fonction additive^{xxxiv} continue et croissante de p_i . Wiener qui fut le professeur de Shannon au MIT, consacre un chapitre^{xxxv} de sa *Cybernetics* (1948) à cette question, lui donne une interprétation relative en parlant de gain d'information entre distributions a priori et a posteriori sachant qu'un événement s'est réalisé. De plus, sur une idée de von Neumann, il étend la formule de Shannon à une loi de densité continue. On a écrit que Shannon aurait préféré parler de mesure de l'incertitude d'un message plutôt que d'information. Si Shannon et Weaver (1949) nomment H cette mesure de l'information c'est bien qu'ils reconnaissent explicitement que « cette quantité d'information correspond exactement à la notion thermodynamique d'entropie » au signe près. Comment interpréter ce rapprochement ? Pas plus le colloque de Royaumont qui s'est tenu en 1964 sur cette question^{xxxvi}, que les différentes exégèses qui ont suivi, n'ont réussi à dissiper la confusion initiale. S'agissait-il d'une simple analogie ou d'une relation précise entre deux domaines d'interprétation ? Lancry (1982) juge que cette référence à la thermodynamique obscurcit les significations de l'information de Shannon-Wiener, et Prigogine (1979), à peu près à l'inverse, juge que penser l'entropie en terme d'information « renforce l'interprétation subjectiviste de l'irréversibilité comme

croissance de l'ignorance », ce qu'il combat. Une solution est de revenir à la formule de Boltzmann qui relie l'entropie aux distributions des micro-états du système. Le désordre d'un macro-état est alors une fonction croissante du nombre des micro-états, et l'information d'un système égale à sa négumentropie, est une mesure d'ordre. C'est en gros ce que les travaux de Brillouin ont précisé dans les années 1950 en écrivant explicitement que $I = -H$ et que l'entropie est une expression de l'information transmise par la mesure physique relative au micro-état du système. La solution au paradoxe du démon de Maxwell qui trie les molécules rapides et les molécules lentes et contredit la seconde loi de la thermodynamique est pour lui de lui adjoindre une source lumineuse pour acquérir de l'information sur ces molécules ; dès lors cette consommation d'énergie doit être portée au bilan : pour un système isolé, c'est la somme de la négumentropie et de l'information qui ne peut que diminuer. Des auteurs comme Tonnelat (1978) contestent cette identification rapide entre désordre et entropie, ou du moins jugent que la notion est relative à des niveaux de description. L'entropie n'existe objectivement et ne croit vers un maximum « *que pour autant que nous introduisons dans la théorie des limites à la description fine des systèmes [par exemple en omettant les corrélations entre molécules]* » écrit Lestienne. Mieux vaut écrire $I = H_{\max} - H$ avec H_{\max} variant avec le nombre d'états accessibles. Pour finir, la proposition de Brillouin est relativisée par les ordres de grandeur des deux composantes de l'entropie, comme l'a fait Costa de Beauregard : il faut 10^{23} bits d'information, soit une énorme bibliothèque, pour équilibrer un Joule de gain entropique, donc l'observation n'augmente que très peu l'entropie, et vice versa diminuer l'entropie d'un système en l'organisant réclame des quantités d'information phénoménales.

La théorie de l'information est-elle inachevée, comme Lancry le pense dans son essai de 1982 ? Les années 1990 et 2000 lui donnent raison. D'autres dimensions du concept d'information voient le jour, en particulier celles qui sont liées à la recherche informatique, et qui ramènent à la nature de l'aléatoire et son lien à l'information. Chaitin (1996) et Delahaye (1994) cherchent par exemple à formaliser l'idée intuitive qu'une suite de n chiffres 0 ou 1 est dite « au hasard » si elle semble dépourvue de structure interne, sans faire référence à son mode de production. Une solution est dans la caractérisation de l'algorithme le plus court qui permettrait d'en décrire et reproduire la structure. On définit la complexité d'une suite comme le nombre de bits des programmes minimaux qui peuvent l'engendrer, et ce nombre est $\log_2(n)$. Si ce nombre est égal au nombre de bits qui la composent, c'est-à-dire

qu'aucune réduction algorithmique de l'information contenue dans cette suite n'est possible, on dira que la suite est au hasard. Cette définition du hasard a été avancée dès 1965 par Kolmogorov et Chaitin. On n'évoque pas ici le lien entre cette question des suites aléatoires et la complexité d'un système formel, c'est-à-dire la possibilité d'une construction formelle des mathématiques par démonstration comme le voulait le programme de Hilbert et comme l'impossibilité en fut démontrée par Gödel. Par contre toutes ces idées de hasard, d'information, de complexité ont fait l'objet de débats très animés en biologie.

c) La biologie moléculaire et la génétique aléatoire

Le rapport qui existe entre réductionnisme et hasard en physique est ainsi structuré par la découverte du mouvement brownien, puis de l'atome et enfin de sa structure quantique sont autant d'occasions d'offrir des supports à une microphysique qui permet tantôt de multiplier les explications déterministes, tantôt de renforcer la puissance d'un aléa objectif bien distinct de son frère épistémique. La découverte de la structure fondamentale du noyau cellulaire joue un rôle analogue en biologie. « Il n'y a pas que la physique qui ait sa théorie quantique. L'évolution biologique possède elle aussi ses quantas : ce sont les mutations individuelles » écrit Muller en 1921.

Johannsen forge le terme de gène en 1909 mais les gènes restent des entités hypothétiques. Thomas Hunt Morgan travaille sur la mouche drosophile et en établit la carte chromosomique entre 1911 et 1920, y positionnant plus de 2000 gènes. Muller découvre que l'irradiation par les rayons X permet d'accélérer les générations et les mutations (d'un facteur 150) mais se fourvoie en URSS près de Lyssenko. La suite se passe à l'Institut Rockefeller de New York en 1944 lorsqu'Oswald Avery et P.A.T. Levene identifient l'acide désoxyribonucléique (ADN) et ses quatre bases comme porteurs de l'information génétique. Il faut encore une dizaine d'années pour que l'anglais Francis Crick et l'américain James D. Watson, tous les deux inspirés par l'ouvrage de Schrödinger, et travaillant au *Cavendish Laboratory* de Cambridge avec les rayons X, ne découvrent, en concurrence serrée avec Wilkins et Franklin du King's College et avec Pauling à Chicago, la structure en double hélice des molécules de l'ADN, dont les brins hélicoïdaux semblables à des peignes enroulés combinent les quatre bases selon certaines règles, et se séparent et se reforment lors de la reproduction. Ce modèle, dévoilé le 7 mars 1953 et publié

dans *Nature* le mois suivant par Crick, Watson et Wilkins fonde une discipline nouvelle, la biologie moléculaire, sans parler du génie génétique et de son industrie qui lui sont aujourd'hui associés.

Les analyses systémiques de cette nouvelle biologie sont aujourd'hui très nombreuses, elles semblent trouver un fondement théorique dans l'ouvrage d'un de ses promoteurs, Jacques Monod, *le hasard et la nécessité* (1970), qui la caractérise comme « *une théorie moléculaire du code génétique, y incluant non seulement les notions relatives à la structure chimique du matériel héréditaire et de l'information qu'il porte mais aussi les mécanismes moléculaires d'expression morphogénique et physiologique de cette information* ». Les deux propriétés des êtres vivants que Monod met en avant sont l'invariance reproductive (le fait d'assurer une stabilité des espèces par l'ADN) puis l'existence d'un projet téléonomique de transmission d'information d'une génération à l'autre (par les protéines), qu'il faut compléter par un mécanisme de morphogenèse autonome. Toutes trois assez problématiques : la première parce que cette stabilité doit s'articuler à l'idée contraire de variation au hasard et d'évolution des espèces ainsi qu'au second principe de thermodynamique (croissance de l'entropie), la seconde parce que l'idée de projet assimilable à une cause finale ne semble pas compatible avec le postulat d'objectivité des lois de la Nature, la troisième enfin parce qu'elle suppose un déterminisme autonome et programmé qui renvoie à diverses formes de vitalisme.

Une relecture de Monod est instructive encore aujourd'hui car elle montre combien les notions de composants élémentaires (réductionnisme), de déterminisme mécanique (machine), d'autorégulation homéostatique (cybernétique), de programme et de code (informatique), toutes développées dans les années 1950 et 1960, fondent un nouvel ordre biologique aux différents niveaux d'analyse. « *Les êtres vivants sont des machines chimiques* », dont le métabolisme, c'est-à-dire l'activité de création, maintien et renouvellement des cellules, repose principalement sur les protéines, grosses molécules faites d'acides aminés (il y en a 20 types), et véritables « *agents moléculaires essentiels des performances téléologiques des êtres vivants* ». Ces performances téléologiques et leur régulation cybernétique^{xxxvii} sont dues de façon autonome (sans directeur extérieur) à la combinaison des protéines qui se reconnaissent et s'associent les unes les autres par covalence ou par stéréospécificité (complémentarité de formes) et au rôle de catalyseurs de certaines d'entre elles, les enzymes. Un tel dispositif opère comme un démon de Maxwell qui

réussirait, lui, à mettre de l'ordre, aux dépens d'une consommation de potentiel chimique (Monod accepte la synthèse entre entropie et information de Brillouin). A ces protéines il faut ajouter le support des gènes, c'est-à-dire la double hélice d'ADN portant comme des perles les nucléotides qui sont de quatre types différents (adénine, cytosine, thymine, guanine = A,C,T,G) :

Les constituants universels que sont les nucléides d'une part, les acides aminés de l'autre, sont l'équivalent logique d'un alphabet dans lequel serait écrite la structure, donc les fonctions associatives spécifiques des protéines. Dans cet alphabet peut donc être écrite toute la diversité des structures et des performances que contient la biosphère. En outre c'est la reproduction, ne varietur, à chaque génération cellulaire du texte écrit sous forme de séquence de nucléotides dans l'ADN qui assure l'invariance de l'espèce. (p.124)

Le schéma de reproduction en est bien connu : chaque double séquence de nucléotides qui spécifie un gène est répliquée pour obtenir deux doubles séquences identiques. Quant à la mise en œuvre du *programme* (pour reprendre l'image très souvent véhiculée) de production de protéine elle passe par la copie et le détachement d'un fragment d'ADN (pris par codons de 3 nucléotides ayant chacun 4 valeurs possibles A, C, T,G,) et sa compilation en un fragment d'ARN-messager à 4 valeurs (A,U,G,C) (phase de transcription), lequel sortant du noyau dans la cellule est recodé en un ARN de transfert capable de porter un acide aminé spécifique (phase de traduction), finalement ajouté à la chaîne de la protéine (expression). Le codage d'un acide aminé parmi 20 par un triplet de nucléotides à 4 valeurs est universel dans toute la biosphère mais totalement arbitraire, et la traduction est strictement irréversible, et autonome car incapable de recevoir une consigne de l'extérieur. C'est bien une machine (automatique) dit Monod. Sans doute pense-t-il à une machine de Turing codant à la fois les données et le programme. Chargée d'assurer, comme il l'écrit, la stabilité de l'espèce grâce à « la remarquable fidélité du processus de traduction ».

La fidélité est toute relative. Monod est bien obligé d'évoquer quelques pages plus loin « l'accumulation d'erreurs accidentelles de transcription et de traduction » mais aussi de réplication, qui altèrent cette fidélité, produisent des

mutations et permettent aux espèces d'évoluer. Ces altérations moléculaires sont au centre des préoccupations de la génétique moléculaire. On sait aujourd'hui reconnaître plusieurs mécanismes aboutissant à l'altération d'une séquence de polynucléotides dans l'ADN : substitution d'une paire à une autre, délétion ou addition d'une ou plusieurs paires, inversions, répétitions, translocation, fusion..., dont la nature accidentelle conduit à les attribuer au hasard, un hasard pur, aveugle, à la racine même du prodigieux édifice de l'évolution. Et ce hasard n'est pas opérationnel au sens de l'imprécision de notre geste quand nous lançons le dé, il n'est pas lié à notre méconnaissance ou notre maladresse, « *il prend une signification essentielle, il est inhérent à l'indépendance totale de deux séries d'événements dont la rencontre produit l'accident* ». Monod rajoute à ce hasard cournotien au niveau moléculaire, un hasard quantique au niveau subatomique, qui constitue « *une source d'incertitude plus radicale encore, enracinée dans la structure quantique de la matière elle-même* ».

Une mutation au niveau microscopique est ainsi totalement imprévisible selon le principe d'incertitude. Sachant les controverses encore vives sur ce sujet, et le nombre important de physiciens qui n'acceptent pas que « Dieu joue aux dés », Monod se contente du hasard essentiel cournotien, et il préfère l'interpréter comme créateur de nouveauté, plutôt que révélateur d'un programme inscrit dans l'univers. Il est comme beaucoup de biologistes plus bergsonien que teilhardien. Ce hasard créateur est en effet une exception au niveau microscopique (la probabilité pour un gène de subir une mutation altérant les propriétés de la protéine correspondante est de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-8} , mais rapporté à la taille des populations des bactéries étudiées, « la mutation n'est plus l'exception, c'est la règle » : même dans les populations humaines bien moins nombreuses (quelques milliards) Monod chiffre à cent ou mille milliards le nombre de mutations à chaque génération.

La théorie de l'évolution doit-elle elle-même évoluer ? En néo-darwinien, Monod la situe au niveau macroscopique des organismes et la définit comme une action sélective sur les résultats de la mutation, comme une rencontre du hasard et de la nécessité : « *La sélection opère sur les produits du hasard et ne peut s'alimenter ailleurs ; mais elle opère dans un domaine d'exigences rigoureuses dont le hasard est banni* ». Ce domaine ne se réduit pas à la lutte pour la vie, mais est une question de taux différentiel de survie. L'appareil téléonomique identifié par la biologie moléculaire est le support des effets de la rencontre entre variation par mutation et

sélection, et permet donc d'objectiver ce qu'il avait appelé le projet téléonomique. Au final qu'est-ce qui l'emporte de la conservation des espèces et de leur évolution ? Il est bien difficile de le dire, mais une certitude se fait jour, c'est que c'est le même mécanisme qui assure l'un et l'autre : *« pour la théorie moderne, l'évolution n'est nullement une propriété des êtres vivants [comme l'affirme Bergson] puisqu'elle a sa racine dans les imperfections mêmes du mécanisme conservateur, la structure répliquative de l'ADN, qui lui, constitue bien leur unique privilège ».*

Quittons cette présentation par Monod de l'avalanche des découvertes de la biologie moléculaire des premières décennies de l'après-guerre, et voyons ce qu'il en est du programme de recherche qui en a résulté au-delà des années 1970. L'historienne des sciences Evelyn Fox Keller a tenté d'en faire le bilan en 2000. Fox Keller montre d'abord comment cette biologie moléculaire a réussi à rendre compte de la stabilité génétique des espèces, dans la continuité de ce qui vient d'être raconté. La stabilité c'est à la fois un résultat d'observation dont il faut rendre compte, et un principe qui semble échapper à la seconde loi de la thermodynamique de l'entropie et du désordre croissant. Une question qui motive aussi bien les physiciens que les biologistes comme en témoigne l'ouvrage de Schrödinger intitulé *« Qu'est-ce que la vie ? »* (1944). Dès lors que les mécanismes moléculaires sont explorés plus à fond, est mise à jour la fidélité du programme de réplication et traduction qui n'est pas l'effet de sa perfection et de son déterminisme, mais la conséquence de mécanismes secondaires de redondance ou de réparation, qui sans corriger directement ces erreurs, engendrent de nouvelles variations qui contribuent au succès du processus de réplication, ou encore l'effet de mécanismes homéostatiques d'auto-entretien, fondés sur le métabolisme de la cellule.

La fonction du gène ne serait plus ce qu'elle était ? Son rôle est-il de planifier, de diriger, de réguler, d'effectuer, de déléguer ? Est-il l'architecte, l'entrepreneur, ou le chef de travaux ? Toutes les représentations de l'action y passent pour en décrire la fonction. Après la découverte de la structure de l'ADN, Crick lui-même donna dès 1957 une réponse simple, trop simple : *« l'ADN fabrique de l'ARN, l'ARN fabrique des protéines, et les protéines nous fabriquent ».* C'est ce que Fox Keller nomme le dogme central et dont nous avons proposé une déclinaison ultérieure due à Monod. Il faut noter en effet que François Jacob et Jacques Monod ont pu compliquer ce modèle simple *« un gène, un enzyme »* en introduisant en 1961 un modèle de l'*opéron* dans lequel collaborent deux types de gènes, les gènes

structuraux et les gènes régulateurs. La première catégorie ne regroupant que 3% du génome humain, on vit alors la seconde catégorie se peupler de toute une nouvelle faune de gènes fragmentés ou combinés : exons, introns, ADN-poubelle, combinaisons de protéines et d'ARN, et l'idée même qu'un gène fut une portion d'ADN, aussi bien que celle qu'un gène put correspondre à une seule protéine et une seule fonction fut mise en doute dès les années 1970. Dans les années 1990 des auteurs comme Peter Portin et William Gelbart en conclurent que le concept de gène n'était plus vraiment utile et peut-être même « un obstacle à notre compréhension ».

Les mêmes auteurs, Jacob et Monod, ont pourtant mis en avant en 1961, pour la première fois selon Fox Keller, la notion de programme, dans un contexte, qui est celui de la naissance de l'informatique comme discipline, de la programmation structurelle comme pratique, de la cybernétique comme cadre de réflexion^{xxxviii}. Peut-on considérer que ce qui est à l'œuvre en génétique n'est rien d'autre qu'une série d'instructions écrites dans l'alphabet des nucléotides de l'ADN ? Fox Keller cite explicitement un ouvrage de Brenner (1965) comme support d'un développement complet de cette métaphore devenue paradigme, et comme vecteur de sa diffusion tant auprès de nombreux biologistes que de plus nombreux journalistes. Elle en montre aussi les ambiguïtés - par exemple « les gènes sont-ils la source du programme ou ce sur quoi le programme agit ? » - et les limites, tout particulièrement dans la question lancinante de la spécialisation des cellules : qu'est ce qui dans ce programme rend compte de la régulation développementale, du fait qu'une cellule se spécifie en un muscle ou un œil, que l'organisme duquel elle participe est une souris ou un singe ? En tout cas, si programme il y a, celui-ci s'est grandement complexifié.

La notion de programme génétique s'incarne en plusieurs programmes de recherche. Le premier de ces programmes est le génie génétique. Fox Keller, parmi d'autres, considère que les preuves les plus convaincantes de la pertinence de ce programme n'ont pas été théoriques mais techniques : les manipulations génétiques, les tentatives réussies de clonage par transfert de noyau (cas de la brebis Dolly), les expériences de reprogrammation du noyau d'une cellule différenciée en le transférant dans un zygote énucléé, ont davantage fait pour la biologie que la recherche pure, pas seulement parce qu'elles ont assuré la visibilité de son programme, mais parce qu'elles ont confirmé le rôle de facteurs épigénétiques situés dans le cytoplasme, redonnant ainsi à la cellule entière tout son rôle.

Le second programme de recherche qu'il faut évoquer est le projet du génome humain dont le but était de cartographier les (100 000 gènes x 23 chromosomes). Il peut être compris comme la traduction pure et simple de l'hypothèse réductionniste et déterministe^{xxxix}. Lancé au milieu des années 1980 et planifié sur une durée d'un demi-siècle, le projet démarre très lentement mais s'accélère et est achevé dans ses grandes lignes en 2001. Le succès de l'entreprise en elle-même est certain et ses acquis très nombreux. La complexification de la notion initiale de programme génétique, et du rôle du gène dans l'ontogenèse aussi bien que dans l'évolution des espèces a considérablement amoindri l'impact de ce succès. L'annonce faite par exemple le 11 décembre 1998 par la presse que « des biologistes ont pour la première fois déchiffré l'ensemble du génome d'un animal » (le ver nématode) cache le fait que les scientifiques aient déclaré aussitôt que cette découverte était une leçon d'humilité car elle conduisait les biologistes à se rendre compte de tout ce qui reste à comprendre. Bien des chercheurs aujourd'hui vont plus loin et pensent que la réalisation du projet du génome humain marque la fin d'un paradigme et la nécessité de le renouveler. Fox Keller conclut très modestement l'évaluation de ce programme par un prolongement vers la notion de programme distribué qui nous maintient dans la logique informationnelle. D'autres voies semblent s'ouvrir qui prennent à bras le corps l'hypothèse aléatoire.

d) Les perspectives aléatoires de la biologie

Les développements probabilistes, sont anciens, mais leur accélération conforte les intuitions de Monod dans son ouvrage de 1970 :

Le hasard seul est la source de toute nouveauté, de toute création dans la biosphère. Le hasard pur, le seul hasard, liberté absolue mais aveugle, à la racine même du prodigieux édifice de l'évolution. Cette notion centrale de la biologie moderne n'est plus aujourd'hui une hypothèse, parmi d'autres possibles ou concevables. Elle est la seule concevable, la seule compatible avec les faits d'observation et d'expérience (...) Elle est, de toutes celles de toutes les sciences, la plus destructive de tout anthropocentrisme, la plus contre-intuitive, la plus opposée à toutes les idéologies vitalistes et animistes.

Achevons donc notre promenade aléatoire dans les sciences par une évocation rapide d'un programme de recherche qui prendrait justement le hasard, la marche aléatoire, et les processus continus, browniens ou non, comme fils conducteurs. Pour rendre compte de ces promesses de l'aléa, il est pratique de les classer par niveau d'organisation, même si un tel procédé peut sacrifier à une cosmologie aristotélicienne et un principe réducteur plusieurs fois décriés dans la littérature contemporaine. Regrouper les phénomènes par niveau n'implique pas une adhésion au déterminisme réductionniste du type « dogme central ». C'est d'ailleurs sur la base de sa caricature que les auteurs contemporains élaborent de nouveaux modèles aléatoires. La chaîne de ces niveaux d'organisation envisage successivement donc le gène (nucléotide et codon d'ADN), puis le génome, sorte d'encyclopédie du matériel génétique de l'espèce déclinée en chromosomes (les volumes) et séquences de gènes (les mots), puis la cellule dans ses deux types somatique et germinale pour les espèces sexuées, l'organisme et ses différents assemblages de cellules assurant des fonctions spécifiques, la population et l'espèce comme collection d'individus ou d'organismes, et enfin l'écosystème qui voit s'articuler cette espèce au milieu c'est-à-dire principalement aux autres espèces vivantes. Il est alors intéressant de décrire ce que peut être aujourd'hui un programme d'étude des mécanismes de la diversification à chacun de ces niveaux et de la part qu'y joue l'aléatoire. C'est en gros le principe de l'ouvrage d'Alain Pavé (2007) qui milite pour une reconnaissance de « la nécessité du hasard ». C'est son titre.

Au niveau du gène, ce sont comme nous l'avons vu les mutations ponctuelles, celles qui n'affectent qu'un endroit de la molécule d'ADN, qui peuvent donner lieu à des formalisations aléatoires, dès lors qu'on les considère comme des erreurs de codage ou de copie lors de la répllication qui précède la division cellulaire. Des substitutions peuvent modifier la protéine codée, et d'autres dites synonymes ne le font pas. On peut donc probabiliser ces événements de substitution en se fondant sur des statistiques de cas observés, mais la synonymie, la redondance et la médiation de l'ARN de transfert compliquent le modèle simple qui est suggéré (on parle de *biais d'usage du code*). Les conséquences de ces mutations ponctuelles (ou par morceaux) sont une variation qui peut être fixée par la sélection naturelle au niveau supérieur de l'espèce. Rappelons que Zuckerkand et Pauling établirent sur cette base le principe de l'horloge moléculaire : chaque paire d'espèce diverge à une date qui dépend directement de ce taux de substitution. Cependant le rôle des mutations

simples dans l'évolution des espèces semble très mince, surtout depuis que l'on sait que plus de 99% des gènes codants sont communs entre le singe et l'homme.

Les mutations par fragments se situent au niveau du génome entier. Elles peuvent se produire par délétion, insertion, transposition et duplication d'une séquence. Les fausses lectures de code qui en résultent peuvent avoir de fortes conséquences, en particulier si elles ne touchent pas un codon entier et opèrent des décalages de l'information codée. On ne connaît pas toutes les fonctions de l'ADN non codant. Ces mutations peuvent être destructrices ou créatrices. Elles se produisent naturellement au hasard dans des fréquences connues et entraînent une évolution des espèces. On sait maintenant en reproduire certaines (dans les Organismes génétiquement modifiés, notamment). On sait aussi les accélérer en plongeant par exemple une bactérie dans un milieu hostile, et ainsi accroître la probabilité de sélectionner un variant résistant.

Un autre programme de recherche, qui s'éloigne du dogme central, a consisté à remplacer la version du codage déterministe avec erreur, dans lequel le hasard ne joue donc qu'un rôle second, par un modèle d'expression aléatoire des gènes. Celui que Jean-Jacques Kupiec a mis en avant dès 1981 est reconduit dans ses ouvrages suivants (2000). Il consiste à définir les rapports entre gènes régulateurs et gènes structurants comme ni mécaniques ni spécifiques comme dans le modèle de Monod et Jacob, ni celui de Britten et Davidson : les régulateurs s'associent au hasard d'une marche aléatoire le long de la chaîne d'ADN, engendrant une diversité d'états possibles de la chromatine des chromosomes, dans laquelle s'associent ADN et protéines. Cette marche aléatoire est caractérisée par les probabilités de transition du régulateur de passer d'un locus à un autre. L'invention de signaux entre noyau et cellule pour expliquer la différenciation des cellules, fût-elle exprimée de façon aléatoire comme chez *Atlan*, ainsi que la spécificité des régulateurs, sont abandonnées au profit d'un nouveau principe. C'est la position des gènes qui détermine leur expression et cette position est le fruit d'un processus aléatoire. Kupiec donne une série d'observations qui confirment, ou du moins ne contredisent pas, ce modèle d'expression aléatoire des gènes. Par exemple, la corrélation entre position du gène et chronologie d'expression de ce gène, ou bien encore le fait que la redondance de ce gène renforce la probabilité d'activation, sont des faits bien expliqués par ce modèle. Ce modèle soutient le principe d'une sélection au niveau cellulaire et d'une identification cellulaire par adaptation métabolique. Il est néanmoins très discuté, notamment par les bactériologues.

Le phénomène se combine, pour les cellules germinales spécialisées dans la reproduction, avec des remaniements chromosomiques. « *Les gènes sont les mêmes, aux mutations près, mais leur distribution chromosomique peut être modifiée. En effet, les chromosomes homologues se distribuent de façon aléatoire dans les gamètes, indépendamment de l'origine ascendante* » (Pavé, p.47). Thomas Heams (2008) reprend ainsi un certain nombre d'arguments, de mécanismes de contrôle, et d'observations expérimentales : « l'expression aléatoire a été démontrée expérimentalement » - comme autant d'éléments en faveur de la thèse de l'expression aléatoire des gènes, de son origine topologique, et sa régulation. Les références précises à des publications dans ce domaine explosent, si l'on en croit les indices bibliométriques. Ce renouveau de l'aléatoire en biologie est, semble-t-il fortement conditionné par plusieurs innovations technologiques : les progrès de l'ordinateur bien sûr en tout premier lieu, qui soutient les améliorations fantastiques de l'imagerie en même temps que la circulation des informations entre chercheurs. En second lieu, les avancées de l'épimicroscopie, qui reposent sur l'isolement de la protéine fluorescente verte par Osamu Shimomura en 1961, connaissent une accélération au début des années 2000 (Shimomura, 2008) : elles permettent de suivre désormais *in vivo* l'expression des gènes d'organismes très divers. Enfin, le facteur humain est déterminant : l'arrivée de nombreux physiciens et de probabilistes appliqués dans ce domaine conforte la percée des modèles aléatoires, qui remplacent les modèles déterministes et changent la construction même des simulations.

En remontant de la cellule à l'organisme, on retrouve que le même génotype ne produit pas le même organisme du point de vue phénotypique. D'une part, il y a certaines interactions entre le noyau et la cellule (épigénétique) d'autre part, il y a des influences (non héréditaires) de facteurs environnementaux. Le hasard préside par exemple aux effets du milieu sur le système immunitaire (Sonigo, 2000). Dans tous les exemples qui précèdent, la critique principale faite au programme standard est d'associer un mécanisme moléculaire déterministe à une théorie de l'évolution darwinienne de type variation au hasard + sélection. Un autre programme consiste alors à appliquer un même principe évolutionniste à tous les niveaux, donc à celui du génome, de la cellule et de l'organisme tout autant qu'au niveau de l'espèce. C'est ce basculement qu'ont réalisé Frank Burnett et David Talmage en 1957 en immunologie, par rapport aux approches précédentes d'auteurs

comme Ehrlich ou Jerne, représentant la théorie « instructive » de Monod. Ceux-là supposaient que les anticorps informes préexistent à l'infection puis se conforment chacun à un antigène qu'il saura ensuite reconnaître. Les seconds supposent que le hasard produit un anticorps différent dans chaque cellule, généré par des combinaisons aléatoires de gènes, et que l'environnement produit une sélection des cellules ayant les bons anticorps qui se multiplient alors par stéréospécificité. Cette approche, selon Sonigo, n'est pas totalement libérée d'une théorie du signal et d'une vision finaliste et anthropocentrée. Il propose de rendre leur liberté aux cellules^{xl} et de prolonger au niveau cellulaire l'idée de « sélection naturelle [qui] guide l'évolution des animaux en même temps que celle de leurs cellules ». Il suffit pour cela de considérer que « notre santé est l'effet d'une main invisible engendrée par les interactions de cellules égoïstes » qui ne visent qu'à leur survie dans une compétition avec leurs semblables. C'est alors une logique de proies-prédateurs interdépendants dans une même chaîne alimentaire qui lui sert de métaphore pour rétablir au niveau des leucocytes un principe darwinien. En tant qu'économiste, je ne pense pas que l'on y gagne beaucoup en remplaçant l'idée de programme qui vient de l'informatique par celle de main invisible qui vient de l'économie standard. Cette idée replace au centre l'idée d'un équilibre optimal qui n'est pas forcément ce qu'il faut sauver de la biologie ancienne manière.

Terminons maintenant avec notre remontée de l'arbre de Porphyre en abordant le niveau des populations et des espèces. Deux thèses se partagent le terrain de la théorie de l'évolution. La théorie synthétique articule darwinisme et biologie moléculaire en partant de la première synthèse de Fisher et des travaux de Dobzhansky, Teissier et l'Héritier, Mayr, en attachant la variation aux lois mendéliennes et aux mutations génétiques à différents niveaux du génome et de la cellule, et en reprenant le principe de la sélection naturelle. En gros on articule hasard-nécessité au niveau génétique avec hasard-sélection au niveau des espèces. La référence à Malthus et à la limitation des ressources ne joue plus un rôle majeur dans la sélection. La quantification de la sélection se fait au travers de résultats statistiques et d'une seule grandeur : la valeur sélective, qui mesure l'aptitude d'un variant à se reproduire. De la connaissance des fréquences des différents variants, on peut induire par un modèle probabiliste simple l'effet de la sélection et l'évolution future sur la répartition de ces variants. L'expérimentation sur la drosophile par Teissier et L'Héritier a été dépassée par l'observation in vivo de certaines populations naturelles (par exemple, les moustiques languedociens), ce qui a permis d'étudier,

sur plus longue période et en vraie grandeur, le jeu de mutations favorables ou défavorables et de leur sélection dans des conditions variables, y compris l'apparition de résistances à des modifications fortes de l'environnement par diffusion massive d'insecticides.

La seconde thèse qui se présente comme concurrente à la synthèse néodarwiniste a été développée par Motoo Kimura à la fin des années 1960 (Kimura, 1968). Elle est dite neutraliste parce qu'elle rend compte de l'évolution des espèces par une simple dérive statistique sans avoir recours à la notion de sélection. Elle s'appuie sur le fait que la majorité des variations moléculaires observées au niveau des séquences d'ADN ou de protéines sont délétères et transitoires et non soumises à la sélection, tandis que celles qui se fixent à long terme sont neutres pour la sélection. Les taux de substitutions élevés mesurés sont pour Kimura associés à de forts excès reproducteurs des individus porteurs d'allèles favorisés qui ne sont pas réalistes. La théorie de la dérive génétique est une simple application de l'idée de fluctuation d'échantillonnage : si un allèle A est de fréquence p_0 dans une population, la fréquence p_1 dans la génération suivante fluctue autour de p_0 selon une loi binomiale, pouvant prendre des valeurs assez éloignées de p_0 . Et de même à la génération suivante p_2 va fluctuer autour de p_1 . Le modèle est donc une marche aléatoire, ou plus généralement un processus de Markov, qui n'a que trois issues : aboutir à la fréquence 1 qui voit A éliminer ses concurrents, ou bien à 0 pour au contraire disparaître, ou bien encore osciller entre ces deux limites sans qu'il y ait fixation de A ou d'un concurrent si l'on est à horizon fini (cette éventualité est de probabilité nulle à horizon infini). On sait très bien simuler ce processus et trouver les probabilités de ces trois issues par des lois approchées si la taille de la population est assez grande. Dès lors le processus devient continu et analogue à une diffusion avec bords absorbants. (David et Samadi, chap. 3, 2006) La combinaison des deux, mutation-sélection et dérive, peut ainsi produire une inadaptation (mutation favorable éliminée ou fixation d'une mutation délétère).

Au final, le hasard biologique joue un rôle central à tous les niveaux d'analyse, du gène à l'espèce. L'hérédité biologique n'est pas un mécanisme déterministe, c'est une loterie. C'est plus précisément un ensemble de mécanismes aléatoires imbriqués, structurés par leurs interactions et par de nombreuses rétroactions (Langaney, 1999) : « *La sélection n'est pas la survie systématique des plus aptes ni même des plus féconds comme l'écrivait Darwin ; elle résulte d'un tri aléatoire d'un échantillon arbitraire, apte et fécond, parmi une infinité de possibles*

aptés et féconds. » Le jeu entre variation et sélection est plus compliqué que celui d'une censure déterministe d'un mécanisme simple de variation au hasard.

Il est impossible aujourd'hui d'en rester à la théorie de l'évolution du XIX^e siècle. Si le cadre général reste valide, et d'ailleurs tout particulièrement défendable face aux attaques soutenues (idéologiquement et financièrement) des créationnistes, il faut prendre comme le disent Hearn *et al.* (2009) la mesure de l'évolution de l'évolution et en particulier enrichir le tableau par le recours aux mécanismes aléatoires. C'est aussi ce qu'illustre particulièrement bien le travail collectif des auteurs du Guide critique de l'évolution édité par Guillaume Lecointre (2009).

Conclusion

Après cette longue marche de l'aléa que nous venons d'esquisser, il est temps de revenir à nos questions du début du texte et d'évaluer le cadrage que nous avons proposé. Le découpage de la problématique du hasard en quatre niveaux reste simpliste, eu égard à la variété des situations géographiques (quelle discipline et quelle région ou paradigme) et historique (quelle période et quelle phase de la construction, du développement, et de l'obsolescence dudit paradigme) des usages de l'aléa. Il serait dangereux d'en faire un tableau logique dans lequel les formes historiques rencontrées se trouveraient classées dans une case. S'y retrouverait le croisement d'une modalité de chacun des niveaux analytiques : pour faire vite, la question ontologique sur le hasard, la question du fondement du probable, la question de la valorisation des probabilités par une estimation ou un calcul effectif, et enfin celle des effets cognitifs et sociaux induits par la modélisation aléatoire. Dans un tel tableau, il y aurait certainement des cases vides (soit pour des raisons logiques, soit pour des raisons historiques) et des frontières très poreuses ayant plutôt forme de bande ou de zone tampon. De plus, comme il était à prévoir, nous n'avons guère travaillé dans ce texte les deux derniers niveaux.

Il reste que la diversité des ontologies et des épistémologies associées au hasard est flagrante, dépendant à la fois de l'espace disciplinaire et du temps. Rien à voir entre le hasard de la théorie des erreurs faisant émerger l'ordre nécessaire, à classer dans l'ordre *malgré* les fluctuations, celui de la mécanique statistique construisant l'ordre par agrégation des fluctuations et des chocs, le hasard du désordre installé par l'entropie croissante, le hasard créateur de nouveauté des systèmes dissipatifs, le hasard apparent produit par une dynamique chaotique, le

hasard créateur biologique par mutation et sélection ou dérive, le hasard sage ou sauvage de la finance. Plutôt que de classer ces visions de l'aléa dans des catégories fermées – ontologique vs épistémique, objectif vs subjectif, etc., il semble plus judicieux de dire que chaque cas se situe dans une tension certaine entre ces points cardinaux du hasard.

Il est remarquable qu'une étude internaliste, faite de l'intérieur des mathématiques du hasard, comme le sont la plupart des études sur la probabilité et la statistique, soit ne se poserait pas ces questions philosophiques, se contentant d'admettre une des axiomatiques et un des modes de valorisation d'une école en vue, soit le ferait sans référence aux champs disciplinaires en réduisant outrageusement la diversité que nous avons rencontrée. Sans enjeux de connaissance posée dans un champ donné ici et maintenant, le hasard n'a pas à se spécifier. Il est omniscient, ambivalent, multiple, bref aussi mort et vivant que le chat de Schrödinger. D'une certaine façon, notre section sur le brownien et les processus, privilégiant une histoire mathématique, aurait encouru ce risque d'être trop désincarnée, trop déconnectée des enjeux disciplinaires, si le récit n'avait pas imposé d'y voir une alternance d'accumulation centrale de concepts purement mathématiques et d'accumulations périphériques dans des provinces aussi diverses et exotiques que la vie des moustiques, les martingales du casino, le battage des cartes, l'extinction des familles et la spéculation boursière. Alain Pavé n'a pas tout à fait tort de commencer son livre par un tableau des utilisations du mot hasard dans les sciences, mais sa déclinaison des hasards du physicien qu'il identifie à l'incertitude d'Heisenberg, celle du physicien des particules, celle du statisticien qu'il identifie à l'erreur, celle du probabiliste qui modélise une épreuve, celle du numéricien qui parle algorithmes, et celle du spécialiste de la gestion des risques majeurs, constitue une liste à la Prévert. Centrée sur un découpage professionnel, elle mélange les niveaux. Elle ne nous aide pas à construire une épistémologie de l'aléa, mais reflète bien la diversité des points de vue et des enrôlements du hasard.

Dans cette promenade pas tout à fait aléatoire, les enthousiasmes débordants et militants ont croisé des frayeurs et du dégoût. Ici aussi cela dépend des périodes. On peut même penser que la fréquence en est périodique : à des engouements succèdent des cris d'orfraie face au hasard conquérant. Ces cycles peuvent être propres à une discipline : par exemple en économie, révolution marginaliste donc déterministe en 1870 puis importation de la statistique et période faste pour les baromètres économiques dans les années 1910 et 1920, et irruption du

probabilisme dans les années 1940 avec l'économétrie et la recherche opérationnelle, renouveau et montée en puissance de la théorie de l'équilibre général, pas aléatoire pour un sou, dans les années 1960-70, et basculement sur les VAR et les processus en finance dans les années 1990. Il semble quelquefois cependant que ces cycles sont caractéristiques d'un « esprit du temps » et s'imposent aux chercheurs de presque toutes les disciplines. Parfois, des initiatives contracycliques réussissent. Soit par exemple, le petit recueil d'entretiens radiophoniques rassemblés et publiés par Émile Noel en 1991. On pourrait dire qu'il se situe au début d'une ère favorable à l'aléa. En fait, les auteurs témoignent davantage d'interrogations issues d'une crise, liée à la querelle du déterminisme, qui a laissé des traces. Les scientifiques s'y montrent assez réticents, et font la fine bouche, presque autant que René Thom (1980).

Faut-il encore avoir peur du hasard ? Les artistes sont, avec les scientifiques, les premiers à s'être émerveillés de ses possibilités. Les surréalistes, de Breton à Lautréamont, n'ont pas seulement expérimenté le hasard dans les jeux du cadavre exquis, ils ont vanté les mérites du « hasard objectif », source infinie de créativité. Le collège de Pataphysique n'a pas démerité à son égard, en particulier sous la plume de Georges Perec. *Un coup de dé jamais n'abolira le hasard* a écrit le poète Mallarmé. Le recueil paru en 1897 dans la revue *Cosmopolis* et publié *postmortem* en 1914 dans *La Nouvelle Revue française*, grâce à des jeux d'épreuves conservés par hasard à la Bibliothèque nationale de France, la même année que *Le Hasard* de Borel. Un hasard ?

Références

- Armatte, Michel, 1995, *Histoire du modèle linéaire. Formes et usages en statistique et en économétrie jusqu'en 1945*, Thèse EHESS, sous la dir. de J. Mairesse.
- Armatte, Michel, 2010, *La science économique comme ingénierie. Quantification et Modélisation*, Paris, Presse des Mines.
- Armatte, Michel, 2010, « Probability and Statistics at the Turn of 1900: Two Editions of an Encyclopedia and Their Relation to the History of the Sciences », *Journal électronique d'histoire des probabilités et de la statistique*, Vol.6/N°1, juin 2010, www.jehps.net.
- Bachelard, Suzanne, 1979, « Quelques aspects historiques des notions de modèle et de justification des modèles », *Actes du colloque « Elaboration et Justification des Modèles »*, Ed. Delattre, Paris, Maloine.
- Bachelier, Louis, 1900, « Théorie de la spéculation », *Annales de l'École normale supérieure*, 17, pp. 21-86.
- Barberousse, Anouk, 2002, *La mécanique statistique de Clausius à Gibbs*, Paris, Belin.
- Boltzmann, Ludwig, *Leçons sur la théorie des gaz*, Gauthier-Villars (1902-1905), réédition Jacques Gabay (1987).
- Borel, Émile, 1914, (1948, nouvelle édition revue et augmentée), *Le Hasard*, Paris, P.U.F.
- Bouleau, Nicolas, 1998, *Martingales et marchés financiers*, Paris, Editions Odile Jacob.
- Brown, Robert, 1828, « A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies », *Phil. Magazine*, 4, pp. 161-173.
- Chaitin, Gregory, 1996, « Les suites aléatoires », *Pour la science*, Dossier Le Hasard.
- Cournot, Antoine-Augustin, 1838, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Paris, Hachette ; réédition H. Guittou, 1960.
- Cournot, Antoine-Augustin, 1984 (1843), *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, Œuvres Complètes, Ed. Bru, Paris, Vrin.
- Crépel, Pierre, et Christian Gilain, 1989, *Condorcet mathématicien, économiste, philosophe, homme politique*, Paris, Minerve.
- Dacunha-Castelle, Didier, 1996, *Chemins de l'aléatoire. Le hasard et le risque dans la société moderne*, Paris, Flammarion.
- Darwin, Charles, 1871 (2000), *La filiation de l'homme et la sélection liée au sexe*, Paris, Syllepse.
- David, Patrice, et Sarah Samadi, 2006, *La théorie de l'évolution. Une logique pour la biologie*, Paris, Flammarion, Champ-Université.
- Delahaye, Jean-Paul, 1994, *Information, complexité et hasard*, Paris, Hermès Science Publications.
- Doob, Joseph Leo, 1942, « The Brownian Motion and Stochastic Equations », *Ann. of Math.*, 43, pp. 351-369.
- Doob, Joseph Leo, 1953, *Stochastic Processes*, New York, John Wiley & Sons.

- Duplantier, Bertrand, 2005, « Le mouvement brownien, divers et ondoyant », *Séminaire Poincaré*, 1, pp.155-212.
- Ehrenfest Paul et Tatiana Afanasieva, 1959 (1912), *The Conceptual Foundations of the Statistical Approach in Mechanics*, Ithaca, N.Y., Cornell University Press ; Traduit de l'*Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*, B.G. Teubner (ed), IV:2:II, N°6, Leipzig, 1912.
- Einstein, Albert, 1905, « Sur le mouvement de petites particules en suspension dans des liquides au repos requis par la théorie cinétique moléculaire de la chaleur », *Ann. D. Physik* 17, pp. 549-560.
- Ekeland, Ivar, 1984, *Le calcul, l'imprévu. Les figures du temps de Kepler à Thom*, Paris, Le Seuil.
- El Karoui, Nicole, 2009, *Un moment de l'expérience probabiliste. La théorie des processus stochastiques et leur pratique dans les marchés financiers*, Prisme N°17, Paris, Centre Cournot.
- Feller, William, 1950, *An Introduction to Probability Theory and its Applications I*, New York, John Wiley & Sons.
- Feynman, Richard, 2000, *Cours de Physique. Tome 3 : mécanique quantique*, trad. Fr. du cours au Caltech de 1963, Paris, Dunod.
- Fisher, Ronald, 1930, *General Theory of Natural Selection*, Oxford, Clarendon Press.
- Fox Keller, Evelyn, 2000, *The Century of the Gene*, Cambridge, MA, USA, Harvard University Press, Trad. française *Le siècle du gène*, Paris, Gallimard, 2003.
- Heams, Thomas, 2008, *Vers une théorie probable du vivant*, Prisme N°12, Paris, Centre Cournot.
- Herschel, John, 1850, « Sur la théorie des probabilités et ses applications aux sciences physiques et sociales », *Revue d'Edimbourg*, juillet ; repris en introduction de l'*Essai de physique sociale* de Quetelet, 1869.
- Hoffmann, Banesh, et Michel Paty, 1967 (1981), *L'étrange histoire des quanta*, Paris, Le Seuil.
- Jovanovic, Franck, 2009, « Le modèle de marche aléatoire dans l'économie financière de 1863 à 1976 », *Revue d'Histoire des sciences humaines*, 20, pp.51-78.
- Jovanovic, Frank, et Philippe Le Gall, 2002, « Genèse et nature de la théorie de la spéculation : les contributions de Louis Bachelier et de Jules Regnault à la théorie financière et à l'économétrie », in J.-M. Courtault et Y. Kabanov (eds), *Louis Bachelier. Aux origines de la finance mathématique*, Besançon, Presses Universitaires franc-comtoises.
- Kahane, Jean-Pierre, 2006, « Le mouvement brownien et son histoire, réponses à quelques questions », *Images des maths 2006*, <http://images.math.cnrs.fr/Le-mouvement-brownien-et-son.html>.
- Kimura, Motoo, 1968, « Evolutionary Rate at the Molecular Level », *Nature* 217, pp. 624-626.
- Kolmogorov, Nicolai, 1933, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Berlin, Springer.
- Kolmogorov, Nicolai, 1956, *Foundation of the Theory of Probability*, New York, Chelsea.
- Kupiec, Jean-Jacques, 1981, *Théorie probabiliste de la différenciation cellulaire*, Rencontres de Méribel, pp. 161-163.
- Kupiec, Jean-Jacques, et Pierre Sonigo, 2000, *Ni Dieu ni gène, pour une autre théorie de l'hérédité*, Paris, Le Seuil-Sciences.
- Lancry, Pierre-Jean, 1982, *Théorie de l'information et économie*, Paris, Economica.

- Langaney, André, 1999, *La philosophie... biologique*, Paris, Belin.
- Langevin, Paul, 1908, « Sur la théorie du mouvement brownien », *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 146, pp.530-532 et *Gallica*.
- Lecointre, Guillaume (dir.), 2009, *Guide critique de l'évolution*, Paris, Belin.
- Lenay, Charles, 1989, *Le hasard dans les grandes théories biologiques de la seconde moitié du XIX^e siècle*, Thèse à l'Université Paris-I, sous la dir. de J. Roger.
- Lestienne, Rémy, 1990 (2^e ed.2007), *Les fils du temps. Causalité, entropie, devenir*, Paris, CNRS Editions.
- Lestienne, Rémy, 1993, *Le hasard créateur*, Paris, La Découverte.
- Lévy, Paul, 1924, « La théorie des erreurs, la loi de Gauss, et les lois exceptionnelles », *Bulletin de la SMF*, vol. 52, pp.49-85.
- Lévy, Paul, 1925, *Calcul des probabilités*, Paris, Gauthier-Villars.
- Lévy, Paul, 1937, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, Paris, Gauthier-Villars.
- Lévy, Paul, 1948, *Processus stochastiques et mouvement brownien*, Paris, Gauthier-Villars.
- Mandelbrot, Benoit, 1962, *The Variation of Certain Speculative Prices*, IBM Research Report.
- Mandelbrot, Benoit, 1997, *Fractales, hasard et finance*, Paris, Flammarion, Champ sciences.
- Martin, Thierry (dir.), 2003, *Arithmétique politique dans la France du XVIII^e siècle*, Paris, INED.
- Martin, Thierry, 2005, *Actualité de Cournot*, Paris, Vrin.
- Martin, Thierry, 2007, « L'épistémologie probabiliste de Cournot », in J.-P. Touffut (dir.), *La société du probable. Les mathématiques sociales après Augustin Cournot*, Paris, Albin Michel.
- Mazliak, Laurent, et Glenn Shafer (coord.), 1999, « Splendeur et misère des martingales », *Journal électronique d'histoire de la probabilité et des statistiques*, 5-1.
- Meyer, Paul-André, 2000, « Les processus stochastiques de 1950 à nos jours », in Jean-Paul Pier (dir.), *Development of Mathematics 1950-2000, Vol. 1*, Birkhäuser, pp. 813-847 ; Trad. angl. « Stochastic Processes from 1950 to the Present », *Journal électronique d'histoire des probabilités et de la statistique*, Vol.5-1, 2009, <http://www.jehps.net>.
- Noël, Emile (dir.), 1991, *Le hasard aujourd'hui*, Paris, Le Seuil.
- Pavé, Alain, 2007, *La nécessité du hasard, vers une théorie synthétique de la biodiversité*, Les Ulis, EDP Sciences.
- Pearson, Karl, 1912, *La Grammaire de la Science*, 1^{ère} éd. 1892, Trad sur la 3^e éd. et préface L. March, Paris, Alcan.
- Perrin, Jean, 1909, « Mouvement brownien et réalité moléculaire », *Ann. Chim. Phys.*, 18-1; <http://gallica.bnf.fr/>.
- Perrin, Jean, 1913, *Les Atomes*, Paris, Félix Alcan ; réédition Paris, Champs Flammarion (1991).
- Pradier, Pierre-Charles, 2009, *Peut-on prendre des risques quand on n'est pas sûr de savoir ? Juger pour agir depuis Condorcet*, Prisme N°16, Paris, Centre Cournot.

- Ruelle, David, 1991 et 2010, *Hasard et Chaos*, Paris, Odile Jacob.
- Schrödinger, Erwin, 1935, trad. 1992, « La situation actuelle en mécanique quantique », in *Physique quantique et représentation du monde*, traduction fr. et notes de M. Bitbol, Paris, Le Seuil (1992).
- Schrödinger, Erwin, 1945, *What is Life?*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Shafer, Glenn, 2007, « Du principe de Cournot au marché efficient », in J.-P. Touffut (dir.) *La société du probable : Les mathématiques sociales après Augustin Cournot*, Paris, Albin Michel, pp. 83-132.
- Shafer, Glenn, 2010, *Tout est-il stochastique ?*, Prisme N°20, Paris, Centre Cournot.
- Shannon, Claude, et Warren Weaver, 1949, *The Mathematical Theory of Communication*, Urbana et Chicago, University of Illinois Press.
- Shannon, Claude, 1948, « A Mathematical Theory of Communication », *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379-423 et pp. 623-656, juillet et octobre.
- Shimomura, Osamu, 2008, « The Discovery of Green Fluorescent Protein », discours à la Fondation Nobel, 8 décembre.
- Smoluchowski, Marian (von), 1906, « Essai d'une théorie du mouvement brownien et des milieux troubles », *Bull. International de l'Académie des Sciences de Cracovie*, pp. 577-602.
- Taieb, Nicolas, 2010, *Le cygne noir. La puissance de l'imprévisible*, Paris, les Belles Lettres.
- Thom, René, 1980, « Halte au hasard, silence au bruit », *Le Débat*, n° 3 pp. 119-132, Paris, Gallimard.
- Tonnelat, Jacques, 1978, *Thermodynamique et biologie*, Paris, Maloine.
- Tort, Patrick, 1997, *Darwin et le darwinisme*, PUF, Quadrige.
- Touffut, Jean-Philippe (dir.), 2007, *La société du probable. Les mathématiques sociales après Augustin Cournot*, Paris, Albin Michel.
- von Plato, Jan, 1994, *Creating Modern Probability: Its Mathematics, Physics and Philosophy in Historical Perspective*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Walter, Christian, 2005, « 1900-2000 : un siècle de processus de Lévy en finance », in G. Bensimon (dir.), *Histoire des représentations du marché*, Paris, Michel Houdiard, pp. 553-588.
- Wiener, Norbert, 1923, « Differential Space », *J. Math. Phys.*, 2, pp. 131-174.
- Wiener, Norbert, 1948, *Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine*, Paris, Hermann & Cie.
- Zajdenweber, Daniel, 1976, *Hasard et prévision*, Paris, Economica.

ⁱ Voir l'usage qu'il fait de sa loi unique du hasard (la loi de Cournot) : « Concevons que l'on ait dressé un million de singes à frapper au hasard sur les touches d'une machine à écrire (...) et que les volumes ainsi produits au bout d'un an se trouveraient renfermer la copie exacte des livres de toute nature et de toutes langues conservés dans les plus grandes bibliothèques du monde. Telle est la probabilité pour qu'il se produise en un instant très court dans le récipient A un écart du cent-millième dans la composition du mélange gazeux. » (*Le Hasard*, p. 124).

ⁱⁱ Cette incertitude fondamentale est par exemple défendue par Knight et Keynes dans deux ouvrages de 1921. Elle figure dans la plupart des théories contemporaines de la gestion du risque.

ⁱⁱⁱ Ainsi que l'écrivent Comte au début du XIX^e, ou Bertrand à la fin du XIX^e.

^{iv} Kolmogorov (1956) pense que « la théorie de la probabilité en tant que discipline mathématique peut et doit être développée à partir d'axiomes, dans la même voie exactement que la géométrie et l'algèbre (...) et que toute exposition ultérieure doit être exclusivement fondée sur ces axiomes, indépendamment de leur signification concrète ». William Feller précise dès la 3^e page de son traité (1950) que « la philosophie de la probabilité doit être séparée des mathématiques et des statistiques exactement comme la discussion de notre concept intuitif d'espace est maintenant séparée de la géométrie ».

^v Dans l'article « Probability » de l'*International Encyclopaedia of Social Science* par exemple, Noether écrit la première partie sur la probabilité formelle et de Finetti la seconde partie sur l'interprétation.

^{vi} La dernière option est fréquentiste, elle s'appuie sur le théorème de Bernoulli rebaptisé loi des grands nombres par Poisson.

^{vii} Voir la controverse entre jésuites et jansénistes illustrée par les *Provinciales* de Pascal.

^{viii} Comme l'ont montré les travaux d'E. Coumet, de L. Daston, et de N. Meusnier.

^{ix} La traduction du latin est de Norbert Meusnier (IREM, 1987) et nos commentaires s'appuient sur les siens.

^x Ces degrés de certitude, Bernoulli les énonce ainsi : « impossible » (*part nulle ou infiniment possible*), « moralement impossible », « possible » (*une part, si peu que ce soit*), « probable » (*ce dont la probabilité dépasse notablement la moitié de la certitude*), « moralement certain » (égale presque à la certitude), et « certain ».

^{xi} « Il faut rendre assez précise pour être sans nul doute convaincante l'adéquation entre les observations astronomiques en progrès constant, et le résultat des déductions possibles dans la théorie newtonienne ».

^{xii} Pour un tableau plus complet et détaillé de l'arithmétique, on peut consulter les actes du colloque Condorcet de 1988 (Crépel & Gilain, 1989) et l'ouvrage consacré par T. Martin (dir.) en 2003, à l'arithmétique politique. Sur la théorie du risque chez Condorcet conjuguant « certitude morale de ne pas faire faillite et improbabilité des risques dirimants » voir Pradier (2009, Prisme N°16).

^{xiii} Puis durkheimienne, avec des nuances d'interprétation.

^{xiv} La genèse de ce principe, déjà exposé par Bernoulli, et son rôle dans la construction de la mesure de probabilité, y compris plus tard chez Borel (loi unique du hasard) et au sein de l'axiomatique ultérieure de Kolmogorov, ont été finement décrits par Glenn Shafer (2007, 2010).

^{xv} Il faudrait dire « possibilité, » mais il convient, dit Cournot, « pour nous conformer à l'usage le plus ordinaire, d'employer le mot probabilité comme synonyme de possibilité physique ».

^{xvi} Sous ces hypothèses d'uniformité, d'équiprobabilité des directions de rebond et d'indépendance des composantes x , y , z des vitesses, celles-ci doivent avoir des densités qui vérifient l'équation fonctionnelle $f(x).f(y).f(z) = \phi(x^2 + y^2 + z^2)$ d'où l'on dérive aisément $f(x) = (1/a\sqrt{\pi})e^{-(x^2/a^2)}$.

^{xvii} Cité par Suzanne Bachelard (1979).

^{xxiii} Paul Ehrenfest est un élève de Boltzmann et eut lui-même une grande influence philosophique et politique sur les jeunes mathématiciens socialistes qui furent ses élèves, comme l'économètre Jan Tinbergen, le sociologue des mathématiques Dirk Struik, et l'épistémologue Jan Burgers (Cf. Gerard Alberts, « On Connecting Socialism and Mathematics », *Historia Mathematica*, 21, 1994).

^{xxix} Hoffman, 1947, 1967 en français. Voir aussi pour un non spécialiste Gilmore (1995, 2006) *Alice au pays des quanta* et le cours de Feynman (2000).

^{xx} Voir les arguments contraires de Bell (1965).

^{xxi} « Cette orgie de spiritueux épistémologique doit cesser » lui écrivait Einstein. Et il acquiesce.

^{xxii} Un résultat simple, obtenu par Huygens, pour un jeu à deux issues de probabilités p et q est : la probabilité pour un joueur ayant la fortune initiale a d'obtenir une fortune $c \geq a$ dans la suite du jeu est $(q/p)^a - (p/q)^c$ si $q \neq p$ et a/c sinon. Pour une mise de 100 unités à la roulette sur rouge ou noir ($p = 18/37$) et une fortune initiale de 10000, votre probabilité de ruine est de 0,42.

^{xxiii} La Bourse de Paris s'est constituée autour de cette rente perpétuelle créée par Villèle, en 1825, et qui provenait de la dette de l'ancien régime, remboursée en partie par les assignats de la Révolution.

^{xxiv} Les chances de pertes augmentent quand les montants moyens engagés et les temps de liquidation sont faibles comme le montre sa table de la page 78 (Le Gall, 2007, p.140)

$$\text{xxv} \quad P_{z,t} = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{x,t_1} P_{z-x,t_2} dx \text{ avec } t = t_1 + t_2$$

$$\text{xxvi} \quad D = \frac{RT}{N_A} \frac{1}{6\pi\eta a} ; \frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

^{xxviii} Du nom de son fondateur et financeur Alfred Cowles. Pour une histoire de la CC voir Armatte (2010).

^{xxviii} Voir Christian Walter (2005) pour une histoire détaillée de cette innovation en lien avec l'introduction du modèle linéaire en économétrie.

^{xxix} Caractérisée par la relation linéaire $\log Pr(X > x) = \log C - a \log x$.

^{xxx} Voir en particulier Mandelbrot (1962) mais aussi sa rétrospective de 1997 et les travaux de ses disciples comme Daniel Zadjenweber (1976), Nicolas Taïeb (2010), et Christian Walter (2005).

^{xxxi} Voir le point de vue de Nicole El Karoui (Prisme N°17, nov. 2009) avec nos commentaires.

^{xxxi} Voir le dossier historique du *jehps*(2009) sur les martingales coordonné par Mazziak et Shafer et le *Prisme* N°20 (Shafer 2010).

^{xxxi} Peter Landsberg, 1985, *Usages et limites du concept d'entropie*, Communication, Vol. 41.

^{xxxi} En cas d'éclatement d'une éventualité b en deux autres b_1 et b_2 , les informations des deux « loteries » s'ajoutent : $H(a,b,c) = H(a,c) + p_b.H(b_1,b_2)$.

^{xxxi} Wiener, 1948, chapitre III : « Suites temporelles, information et communication ».

^{xxxi} Publié en 1965, par les éditions de Minuit et Gauthier-Villars.

^{xxxvii} Les interactions permises par les enzymes allostériques se déclinent en boucles de rétroaction opérant différents types d'inhibition ou d'activation.

^{xxxviii} L'embryologiste C.H. Waddington fut formé à la recherche opérationnelle à la Royal Air Force, un endroit fondateur de l'analogie entre un pilote automatique et un embryon.

^{xxxix} J.-J. Kupiec le caricature ainsi : « Puisque l'ADN porte les gènes qui permettent la synthèse des protéines, lesquelles déterminent les structures cellulaires, qui elles-mêmes déterminent les organismes, on devrait pouvoir comprendre entièrement ces derniers en décryptant l'information contenue dans les gènes. On aboutit très logiquement au programme de séquençage des génomes ».

^{xi} « Cette liberté que nous revendiquons pour nous-mêmes, accordons là aussi à nos cellules ».